

## ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИ ВЕРИГИ ПРИ СХЕМИ С ЕДИН ИЗТОЧНИК

Цветелина Симеонова

**Резюме:** Предложена е методика за анализ на линейни електростатични вериги с един източник, базирана на дървовидна структура, която е нагледна и с ясни връзки. Анализът на електростатична схема чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразования дава еднозначна връзка между капацитетите на елементите (схемни и еквивалентни) от една страна и заряд и напрежение от друга. Дадено е сравнение на тази методика за получаване на частни решения и други съществуващи методи. Показани са алгоритми за прилагане на дървовидни структури при анализ на линейни електростатични вериги в обучението на студенти по теоретична електротехника, като са дадени еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.

**Ключови думи:** електростатични вериги, дървовидни структури, еквивалентни преобразования, капацитет, заряд, напрежение.

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Адекватното усвояване на основните закони в електротехниката (електростатиката) [1, 2] е основа за правилното и безпогрешно прилагане от студентите на съответните еквивалентни преобразования при различните видове схеми на свързване.

Електростатиката разглежда взаимодействията между постоянно електрическо поле и заредени частици и ако се съпоставят законите за **електростатична верига (ЕСВ)** със съответните закони за резисторни вериги при постоянни режими, ще се установи, че те имат аналогична форма на представяне, при условие, че кондензаторите не са били предварително заредени. Това позволява да се съставят еквивалентни електрически схеми на ЕСВ [2].

Предложен е подход за онагледяване на еквивалентните преобразования при оразмеряването на схема (при един източник), базиран на дървовидна структура<sup>1</sup> и отчитащ логическата последователност (в права и обратна посока – т.е. „към“ и „от“ източника) при анализа на ЕСВ.

Проследена е логическата последователност с използване на дървовидни структури с цел решаване на аналитични задачи за намиране на частни решения (отнасящи се до конкретна схема) при линейни ЕСВ с един източник.

Показан е пример за използване на дървовидни структури за определяне на еквивалентен капацитет, както и напреженията и зарядите на кондензаторите, при схема с един източник в линейна ЕСВ.

Дървовидните структури моделират йерархични структури и са подмножество на графите (свързан граф без цикли), които са обобщена и доста разпространена структура, позволяваща моделирането и анализа на обширна съвкупност от реални случаи в практиката и използвана за описването на разнообразни взаимовръзки между различни обекти [3, 4]. Теорията на графите е добре развита, използвана е за голям брой задачи от практиката, за които е дадено съответно решение. Дървовидните структури имат приложение в разработването на алгоритми и за тях са валидни част от по-важните понятия и дефиниции отнасящи се до графите.

---

<sup>1</sup>Структура е система от връзки, правила, отношения и пр., която въвежда порядък в дадено множество от елементи. Съществуват два основни типа структури - топологични и метрични.

При използването на дървовидни структури се отразява топологията на схемата, отчита се свързването (последователно/паралелно) на пасивните елементи спрямо източника в ЕСВ. Този подход се отличава с максимална простота и нагледност в сравнение с възможните общи решения, именно поради факта, че дава частни решения (това от друга страна може да се счита като недостатък).

Подходът базиран на еквивалентни преобразувания и връзка между капацитет, заряд и напрежение (линейна) има недостатък, че е необходимо въвеждане на определен брой под-схеми, свързани с последователността на преобразуванията в права и обратна посока за определяне на еквивалентния капацитет, заряд и напрежение. В сравнение с този подход, от друга страна, всъщност логическите връзки могат да бъдат описани чрез дървовидна структура, като частен случай за всяка ЕСВ, което води до оптимизиране на анализа (една дървовидна схема описва всички етапни преобразувания) и при определени допускания е приложима за анализ както в права, така и в обратна последователност.

## 2. ЛОГИЧЕСКА ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ НА АНАЛИЗ С ИЗПОЛЗВАНЕТО НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ.

При ЕСВ с един източник е удобно описването на последователността от връзки с една линейна дървовидна структура, които са връзки между параметър, заряд и напрежение, както и връзки определени от последователността на начина на свързване.

При логическата последователност с използване на дървовидна структура - в права посока се определят еквивалентните параметри на ЕСВ, а в обратна посока се определят неизвестните заряди и напрежения.

**Постановка на задачата за анализ:** Да се направи преобразуване на смесено съединени кондензатори с използване на дървовидна структура и да се определи еквивалентния капацитет на преобразуваните кондензатори (пасивни елементи), като етап при намирането на заряди и напрежения на изводите на схемните елементи, разгледани като двуполусници.

**Въвеждаме следните ограничения:** разглеждаме само линейни електростатични вериги със съсредоточени параметри (кондензаторите са с идеална изолация) с един източник (идеален източник на напрежение); използваме правила за еквивалентно преобразуване за определяне на еквивалентни параметри и формулата за капацитет за намирането на заряди и напрежения; разглеждаме само последователно или паралелно свързване на схемни елементи. Приема се, че силовите линии на електрическото поле не се разсейват.

### **Таблица на съответствие на схемата на електростатичната верига с модела**

**Дърво** е структура, която се състои от върхове, които са свързани помежду си с ребра. Включените логически елементи описват начина на свързване и съответните зависимости за права или обратна посока.

Всеки схемен елемент участва само веднъж (дървото не поддържа повторения), извършваме еквивалентни преобразувания и намираме междинни еквивалентни елементи, а в резултат и общ еквивалентен елемент. Параметрите на схемните елементи са независими, а параметрите на междинните еквивалентни елементи са зависими от схемните елементи.

Приети форми за изобразяване	Модел – дървовидна структура	Схема на електростатична верига
Окръжност	<b>Врѝх (възел) източник</b>	активен схемен елемент - източник
Елипса	<b>Врѝх (възел) лист</b>	пасивен схемен елемент - кондензатор
Правоъгълник	<b>Въртешен врѝх (възел) - всички</b>	преобразувания на схемни елементи

	върхове, различни от връх източник и връх лист	
Стрелки - стрелките са двупосочни тъй като в права посока (нагоре) се определят еквивалентни параметри, а в обратна посока (надолу) - заряд и напрежение, чрез еквивалентни преобразувания.	<b>Ребра (клонове)</b> - свързват отделните върхове (паралелно или последователно) и имат логика на предаване свързана с <b>посока</b> : <b>Права</b> - показва как даден зависим <b>елемент</b> зависи от останалите; характеризират се с логическа връзка, описана с логически елемент. <b>Обратна</b> - показва зависимости между заряди и напрежения; характеризират се с коефициент на предаване.	свързване на схемни елементи: паралелно или последователно (серијно).
Шестоъгълник	<b>Логически елемент</b> , отразяващ последователно или паралелно свързване: ИЛИ (събиране) - за параметри; И (умножаване) - за заряди и напрежения.	-

**Схемният елемент** разглеждан като двуполусник има параметър и по отношение на него и влиянието на източника се определят съответните заряди и напрежения. Схемните елементи се номерират от 1 до  $M_i$  (при последователно (серијно) свързване) или от 1 до  $M_p$  (при паралелно свързване), където  $i$  е номер на нивото.

**Нива** на дървовидната структура – характеризират последователността на преобразованията в схемата (нивата са например от 0 до N).

**Електростатичните вериги** са съставени от идеални източници на напрежение и кондензатори с идеална изолация [2]. Приема се, че силовите линии на електрическото поле не се разсейват. При тази постановка електрическите заряди върху електродите могат да се запазят без изменение неограничено дълго време<sup>2</sup>.

Изследването на ЕСВ има значение за намиране на разпределението на електрическите заряди върху отделните кондензатори при постоянен режим, както и за определяне на началните условия на преходните процеси в една верига при некоректна постановка.

Основните закони за ЕСВ са: законът за съхранение на електрическите заряди и вторият закон на Кирхоф при електростатични вериги.

Електрическият капацитет<sup>3</sup> се определя като:

$$(1) C = \frac{q}{U}, F$$

където:

C - капацитет, U - напрежение, q - заряд.

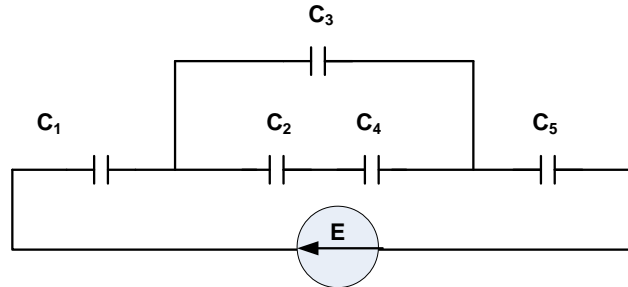
Основен параметър на кондензатора е неговият капацитет, характеризиращ способността му да се зарежда. Електрическият заряд условно е положителен или отрицателен, характеризира количеството електричество и създава електромагнитно поле.

Структура на примерна схема на електростатична верига със смесено съединени кондензатори е показана на фиг. 1, а еквивалентната дървовидна структура е показана на

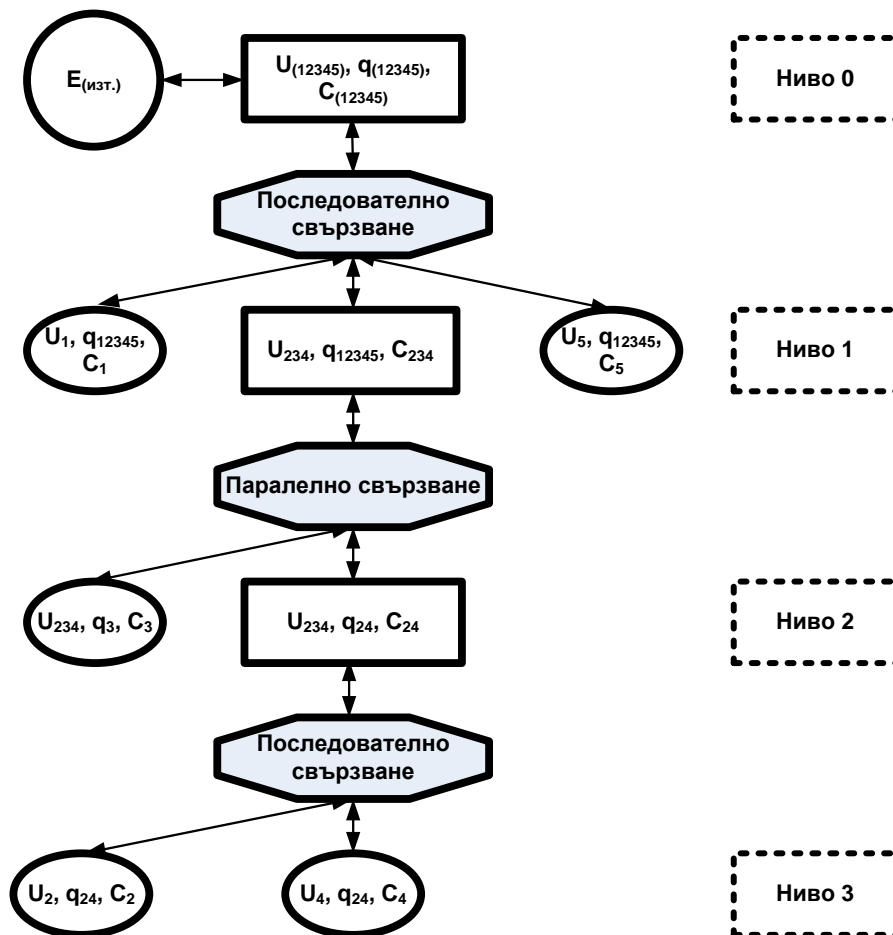
<sup>2</sup> Практически най-близко до такива елементи са кондензаторите с газови диелектрици при условие, че липсват йонизационни явления.

<sup>3</sup> От теоремата за зарядите на съответните елементи следва, че двата електрода имат равни по големина заряди, но с противоположни знаци.

фиг. 2. За нагледност - чрез съответстващи на фиг. 2 под схеми, разграничаваме определянето: на **капацитети** (права посока - нагоре) – фиг. 3 и на **заряди и напрежения** (обратна посока - надолу) – фиг. 4.



Фиг. 1. Схема на електростатична верига със смесено съединени кондензатори.



Фиг. 2. Дървовидна схема на смесено съединени кондензатори.

Въведените 4 нива на дървовидната структура (на нулево ниво е източникът) характеризират последователността на преобразованията в схемата (фиг. 2).

**Правила, елементи и последователност на преобразуването**

Чрез последователни еквивалентни преобразувания на елементите (при неизвестни заряд и напрежение) ние постепенно елиминираме нива и получаваме краен еквивалентен елемент (еквивалентен вътрешен връх) - със съответен еквивалентен параметър.

При анализ **в права посока** са известни капацитетите на елементите, начина на свързване и въздействието на източника.

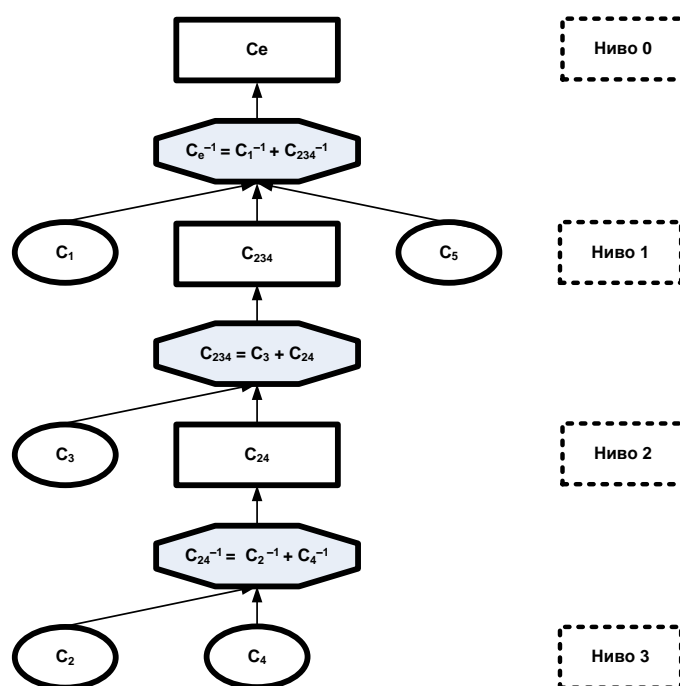
При **последователно свързани кондензатори** - зарядите им са равни, а напреженията са различни, следователно за еквивалентен капацитет на съединението следва [1]:

$$(2) \frac{1}{C_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

При **паралелно свързани кондензатори** - напреженията им са еднакви, а зарядите са различни, следователно за еквивалентен капацитет на съединението следва [1]:

$$(3) C_e = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Използвайки основната формула за капацитет и двете ѝ следствия можем да намерим еквивалентния капацитет.



Фиг. 3. Еквивалентна дървовидна структура на смесено съединени кондензатори за определяне на еквивалентен капацитет (права посока - нагоре).

При анализ **в обратна посока** са известни капацитетите на елементите, начина на свързване, въздействието на източника, както и получените стойности на капацитетите на всички еквивалентни елементи, получени при анализа в права посока.

При известно входно въздействие и последователност от елементи, по обратен път намираме всички търсени заряди и напрежения на схемните елементи. Коефициентите на предаване (логическите връзки) са определените и схемните капацитети.

### 3. АНАЛИЗ ПО ДЪРВОВИДНА СТРУКТУРА

#### 3.1. Анализ по дървовидна структура за определяне на еквивалентен капацитет

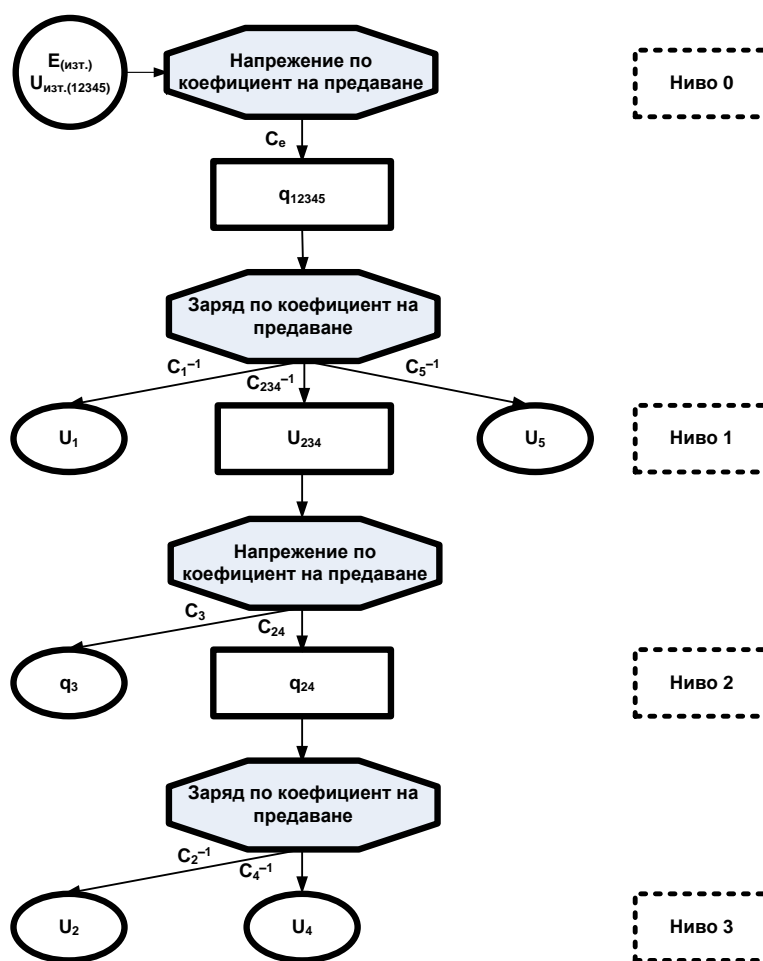
Анализът за определяне на еквивалентния капацитет се извършва в посока нагоре (фиг. 3).

**Правилата на еквивалентното преобразуване са:**

Първо се намира еквивалентния капацитет на най-елементарната група, след което постепенно се проследява и опростява схемата [1].

➤ При паралелно съединение на кондензатори се събират капацитетите на кондензаторите, разгледани като двуполусници и се получава еквивалентния им капацитет, тъй като напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи.

➤ При последователно съединение на елементи се събират  $C^{-1}$  на кондензаторите, разгледани като двуполусници и се получава  $C_e^{-1}$ , тъй като зарядите на двуполусниците са едни и същи.



Фиг. 4. Еквивалентна дървовидна структура на смесено съединени кондензатори за определяне на зарядите и напреженията (в обратна посока - надолу).

На ниво 3 (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 2 (където участва намереният еквивалентен капацитет):

$$(4) C_{24} = \frac{C_2 \cdot C_4}{C_2 + C_4}.$$

На ниво 2 (елементите са свързани паралелно) - за преход до ниво 1 (където участва намереният еквивалентен капацитет):

$$(5) C_{234} = C_{24} + C_3.$$

На ниво 1 (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 0 (където участва намереният еквивалентен параметър):

$$(6) \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{234}} + \frac{1}{C_5}.$$

### 3.2. Анализ по дървовидна структура за определяне на напрежения и заряди по дървовидната структура

При анализ по дървовидна структура за определяне на заряд и напрежение използваме, че капацитетът е равен на отношението на заряд към напрежение – фиг. 4.

При **паралелно** съединение - напреженията на изходите на двуполусниците са едни и същи, а при **последователно** съединение - зарядите на двуполусниците са едни и същи.

На ниво 0 имаме източник на напрежение (U) и елемент с еквивалентен капацитет (C<sub>e</sub>), а заряда е неизвестен.

$$(7) q_{12345} = C_e \cdot U.$$

На ниво 1 имаме **последователно свързване** - неизвестни са напреженията, а зарядите са равни.

Следователно напреженията са:

$$(8) U_{234} = \frac{q_{12345}}{C_{234}},$$

по аналогичен начин се определят и U<sub>1</sub> и U<sub>5</sub>.

На ниво 2 имаме **паралелно свързване** - неизвестни са зарядите, при едно и също напрежение:

$$(9) q_{24} = C_{24} \cdot U_{234},$$

q<sub>3</sub> се определя аналогично.

На ниво 3 имаме **последователно свързване** - неизвестни са напреженията, а зарядите са равни.

Следователно напреженията са:

$$(10) U_2 = \frac{q_{24}}{C_2}$$

и

$$(11) U_4 = \frac{q_{24}}{C_4}.$$

## 4. АЛГОРИТМИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИ ВЕРИГИ ЧРЕЗ ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

Анализът на електростатична верига чрез дървовидна структура за описание на преобразуванията ("дървовидно" описание) дава еднозначна връзка между схемни/преобразувани елементи и техния заряд и напрежение.

Описани са алгоритми (с използване на дървовидна структура) проследяващи логиката за определяне на еквивалентен капацитет (фиг. 5), както и на търсените напрежения и заряди (фиг. 6). При свързване на схемни елементи, различно от последователно или паралелно, в алгоритмите е предвиден изход, означаващ, че задачата не може да се реши по описания начин. За всеки вид свързване на схемни елементи са предвидени съответни формули, показани в т. 2.

### 4.1. Алгоритъм за определяне на еквивалентен капацитет (C<sub>e</sub>)

На фиг. 5 е представен алгоритъм за определяне на C<sub>e</sub>.

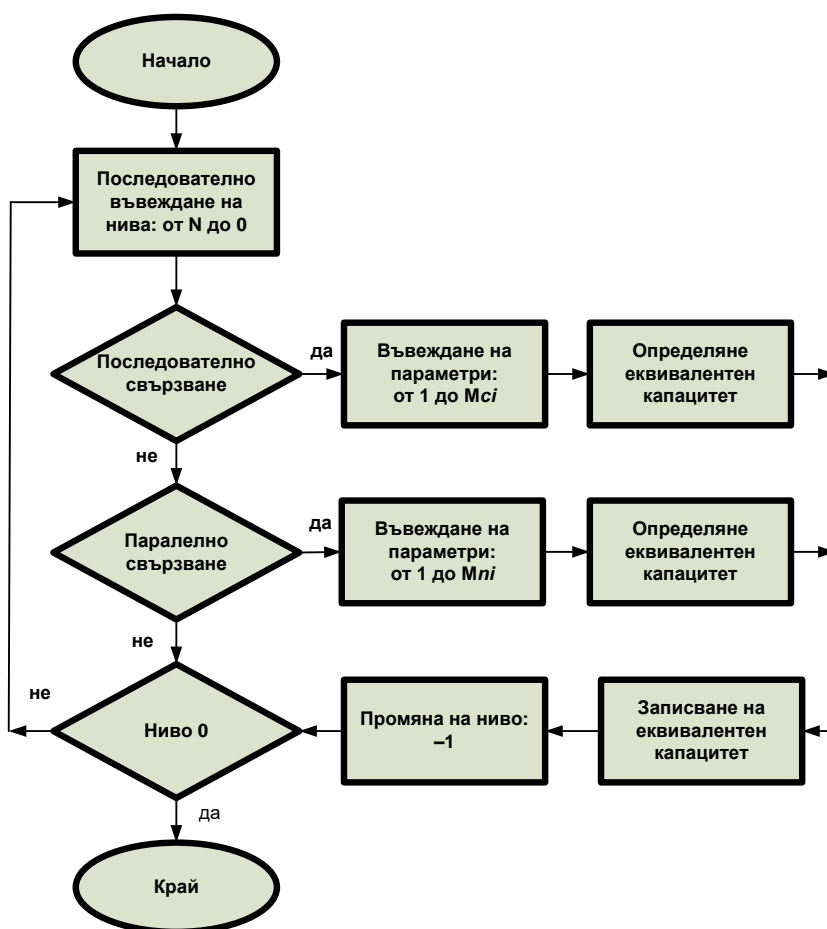
#### 4.2. Алгоритъм за намиране на напрежения и заряди на кондензаторите

На фиг. 6 е показан алгоритъм за определяне на напрежения и заряди, базиран на еквивалентни преобразувания.

Дадените правила на дървовидните структури, както и показаните техни свойства свързани с анализ на ЕСВ, потвърждават основното им предназначение в примера да трансформират топологичните структури до дървовидни структури, отразяващи алгебричната (алгоритмичната) последователност.

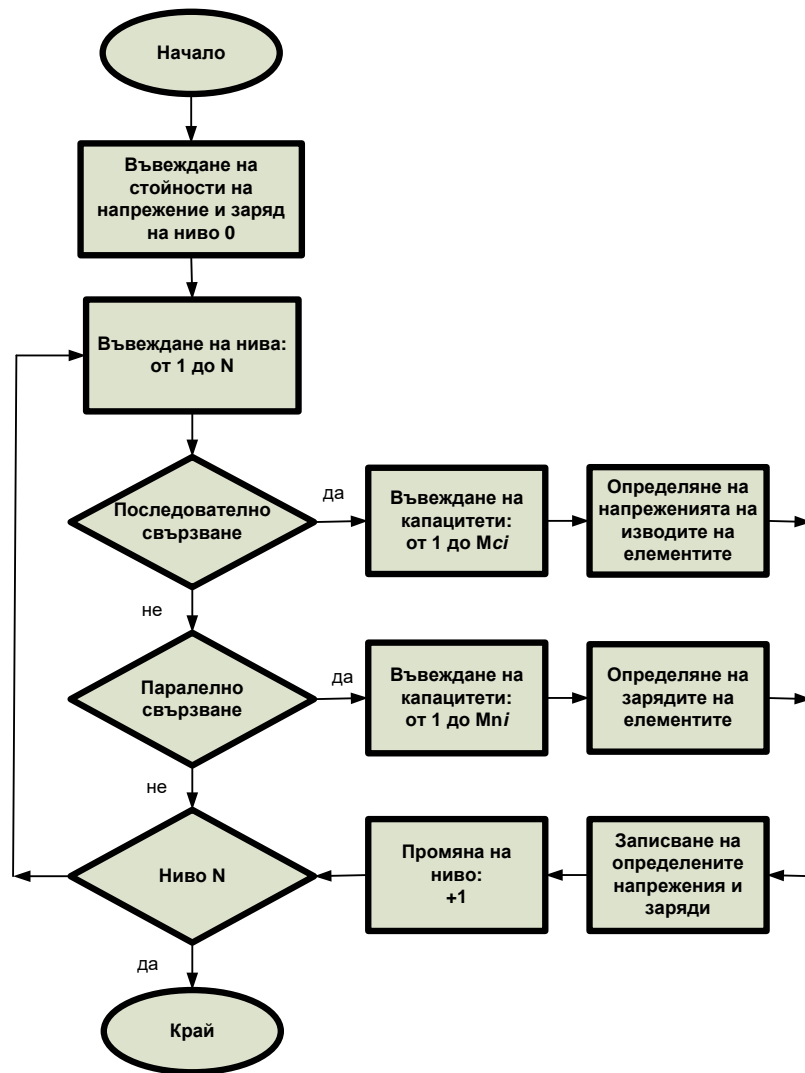
#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена е методика за анализ на линейни електростатични вериги с един източник, базирана на дървовидна структура. Предимствата на предложения подход са: нагледност, ясни връзки, използване само на една дървовидна схема. Дадено е сравнение на тази методика и други съществуващи методи. Анализът на електростатична схема чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразования дава еднозначна връзка между капацитетите на елементите (схемни и еквивалентни) от една страна и съответстващите им заряд и напрежение от друга. Показани са алгоритми за прилагане на дървовидни структури при анализ на линейни електростатични вериги в обучението на студенти по теоретична електротехника, като са дадени еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.



Фиг. 5. Алгоритъм за определяне на  $C_e$ .





Фиг. 6. Алгоритъм за определяне на напрежения и заряди, базиран на еквивалентни преобразувания.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чернева Г., Теоретична електротехника ч.1, ВТУ „Т. Каблешков”, София, 2011.  
 [2] Фархи С., С. Папазов, Теоретична електротехника ч.1, Държавно издателство „Техника”, София, 1987.  
 [3] Ramesh M. Patelia, Shilpan D. Vyas, Parina S. Vyas, Nayan Patel, Basic Tree Terminologies, their Representation and Applications / (IJCSIT) International Journal of Computer Science and Information Technologies, Vol. 6 (1), 2015, pp.384-387, ISSN:0975-9646.  
 [4] Christine Jakobs (B), Peter Tröger and Matthias Werner, Configurable Fault Trees, Software Engineering for Resilient Systems, 8th International Workshop, SERENE 2016, Gothenburg, Sweden, September 5-6, 2016, Proceedings, pp.13-27, ISBN 978-3-319-45891-5.

#### За контакти:

Ас. д-р инж. Цветелина Богданова Симеонова, Катедра СОТС, ВТУ "Т. Каблешков", ул. "Гео Милев 158", Тел.: 02 9709240, e-mail: [ts.b.simeonova@abv.bg](mailto:ts.b.simeonova@abv.bg)

Дата на постъпване на ръкописа Date of receipt of the manuscript: 15.12.2017

Дата на получена рецензия Date of review received: 28.12.2017

Дата на приемане за публикуване Date of adoption for publication: 28.12.2017

## APPLICATION OF WOOD STRUCTURES FOR THE ANALYSIS OF ELECTROSTATIC CHAINS IN EQUIPMENT WITH ONE SOURCE

**Tsvetelina Simeonova**

**Abstract:** A methodology is proposed for the analysis of linear electrostatic chains with a single source, based on a tree structure, which is visual and with clear connections. The analysis of an electrostatic scheme through a tree description of equivalent transformations gives a unambiguous relationship between the capacitances of the elements (circuit and equivalent) on the one hand and the charge and voltage on the other. There is a comparison of this methodology for obtaining private solutions and other existing methods. Algorithms for the application of tree structures in the analysis of linear electrostatic chains in the theoretical electrical engineering students are shown, with an equivalent tree scheme and exemplary calculations.

**Keywords:** electrostatic circuits, tree structures, equivalent transformations, capacitance, charge, voltage.