

## ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ПРИ ПОСТОЯННИ ВХОДНИ ВЪЗДЕЙСТВИЯ

Цветелина Симеонова

**Резюме:** Предложена е методика за анализ на линейна електрическа верига с един източник, базирана на дървовидна структура. Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразования дава еднозначна връзка между параметри на елементи и параметри на еквивалентни елементи и съответстващите им електрически величини ток и напрежение при зададено влияние на източника. Показан е пример за анализ на електрическа верига при постоянен ток режим, съгласно предложен алгоритъм, за прилагане на дървовидните структури в обучението на студенти по теоретична електротехника, включващ еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.

**Ключови думи:** електрически вериги, анализ на електрическа верига, дървовидни структури, еквивалентни преобразования, режими на работа на електрическа верига.

### I. ВЪВЕДЕНИЕ

Адекватното усвояване на основните закони в електротехниката<sup>1</sup> е основа за правилното и безгрешно прилагане от студентите на съответните еквивалентни преобразования<sup>2</sup> при различните видове схеми на свързване [1, 2, 3].

Предложен е подход за онагледяване на еквивалентните преобразования при анализ на електрическа схема (с един източник) базиран на дървовидна структура<sup>3</sup> за намиране на частни решения (отнасящи се до конкретна електрическа схема) и проследяващ логическата последователност (в права и обратна посока) в задачите за анализ на линейни електрически вериги<sup>4</sup> (ЕВ).

Дървовидните структури моделират йерархични структури и са подмножество на графите (свързан граф без цикли), които са обобщена и доста разпространена структура, позволяваща моделирането и анализа на обширна съвкупност от реални случаи в практиката и използвана за описването на разнообразни взаимовръзки между различни обекти. Теорията на графите е добре развита, използвана е за голям брой задачи от практиката, за които е дадено съответно решение [4, 5]. За дървовидните структури са валидни част от по-важните понятия и дефиниции отнасящи се до графите.

За логическата последователност в права посока ще използваме дървовидни структури за определяне на еквивалентните параметри на ЕВ. За логическата последователност в обратна посока ще използваме дървовидни структури, базирани на сигнален граф. Сигнален граф е графично изображение на причинно-следствените връзки

---

<sup>1</sup> Основните закони в електротехниката са: закона на Ом - за пасивен и активен участък и законите на Кирхоф (първи - за възел и втори - за контур). Законите на Кирхоф са свързани с определени топологични свойства.

<sup>2</sup> Условие за еквивалентност на преобразуването е, че токовете и напреженията в непреобразуваната част на веригата трябва да останат непроменени.

<sup>3</sup> Структура е система от връзки, правила, отношения и пр., която въвежда порядък в дадено множество от елементи. Съществуват два основни типа структури - топологични и метрични.

<sup>4</sup> Електрическа верига е съвкупност от устройства за съсредоточено преобразуване, разпределение и пренасяне на електромагнитна енергия или информация чрез посредничеството на електрически ток, при което основните величини на ЕВ са интегралните характеристики на електромагнитното поле - ток и напрежение.

между зависимите и независимите сигнали (в литературата са описани еквивалентни преобразувания на сигналните графи [1]).

При използването на дървовидни структури се отразява топологията на схемата, отчита се свързването (последователно/паралелно) на пасивните елементи спрямо източника в ЕВ. Този подход се отличава с максимална простота и нагледност в сравнение с възможните общи решения, именно поради факта, че дава частни решения (това от друга страна може да се счита като недостатък).

В сравнение, от една страна, използването на структурни матрици<sup>5</sup> базирани на схемен граф<sup>6</sup> при анализ на ЕВ с един източник не е оптималното решение (от гледна точка на студентите), тъй като съществува и подход базиран на еквивалентни преобразувания и закона на Ом, който е значително по-прост за анализ. Недостатък на този подход е необходимостта от въвеждане на определен брой под-схеми, свързани с последователността на преобразуванията в права и обратна посока за определяне на еквивалентното съпротивление и величините ток и напрежение. В предложения подход, от друга страна, всъщност логическите връзки могат да бъдат описани чрез дървовидна структура, като частен случай за всяка ЕВ, което води до оптимизиране на анализа (една дървовидна схема описва всички етапни преобразувания) и при определени допускания е приложима за анализ както в права, така и в обратна последователност.

При ЕВ с един източник е удобно описването на последователността от връзки с една линейна дървовидна структура, които са връзки между параметър и величини (закон на Ом), както и връзки определени от последователността на начина на свързване. Величините на елементите се определят след еквивалентни преобразувания (на елементите).

Като пример е представен анализ на линейна ЕВ при постоянен ток режим<sup>7</sup>, за определяне на величините ток и напрежение (на изводите на пасивните елементи, представени като двуполусници) с използване на еквивалентни съпротивления.

## 1. ЛОГИЧЕСКА ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ НА АНАЛИЗ С ИЗПОЛЗВАНЕТО НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

Логическа последователност на вариантите за анализ (определяне на еквивалентни параметри и величини), с използването на дървовидни структури или еквивалентни електрически схеми (като част от възможните методи), е показана на фиг. 1.

### **Въвеждаме следните ограничения:**

- разглеждаме само линейни ЕВ,
- източникът е само един и е независим,
- параметрите са съсредоточени,
- режимът е постоянен ток,
- използваме правила за еквивалентно преобразуване за определяне на еквивалентни параметри и закон на Ом за намиране на търсените величини.

- **Постановка на задачата<sup>8</sup>:** Да се направи преобразуване на смесено съединение от пасивни елементи с използване на дървовидна структура и да се направи съответен

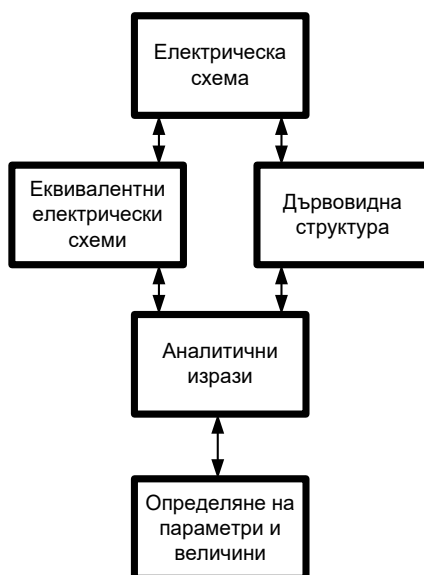
---

<sup>5</sup> Структурни матрици - представляват средство за трансформиране на топологични структури (изобразени чрез графи) в алгебрични изрази и системи уравнения за анализ на процесите в ЕВ.

<sup>6</sup> Схемни (линейни) графи - отразяват топологията на ЕВ и биват насочени и ненаочени.

<sup>7</sup> Предложеният подход е приложим и при синусоиден и периодичен несинусоиден режим при определени условия и допускания.

анализ - определяне на еквивалентни параметри (съпротивления/проводимости) на преобразуваните схемни елементи, като етап при намирането на клоновите токове и напрежения на изводите на схемните елементи, разгледани като двуполусници. Величините в ЕВ са скалярни и са напрежение и ток и са цел на оразмеряването в процеса на анализ на ЕВ.



Фиг. 1. Логическа последователност на вариантите за анализ на ЕВ с един източник.

**Таблица на съответствие на електрическата схема с модела (дървовидната структура):**

**Дърво** е структура, която се състои от върхове, които са свързани помежду си с ребра. Включените логически елементи описват начина на свързване и съответните зависимости за права или обратна посока.

Всеки схемен елемент участва само веднъж (дървото не поддържа повторения), извършваме еквивалентни преобразувания и намираме междинни еквивалентни елементи, а в резултат и общ еквивалентен елемент. Параметрите на схемните елементи са независими, а параметрите на междинните еквивалентни елементи са зависими от схемните елементи.

Приети форми за изобразяване	Модел – дървовидна структура	Ел. схема
<b>Окръжност</b>	<b>Врх (възел) източник</b>	активен схемен елемент - източник
<b>Елипса</b>	<b>Врх (възел) лист</b>	пасивен схемен елемент - резистор
<b>Правоъгълник</b>	<b>Вътрешен връх (възел) - всички върхове, различни от връх източник и връх лист.</b>	преобразувания на схемни елементи
<b>Стрелки</b> - стрелките са двупосочни тъй като в права посока (нагоре) се определят еквивалентни параметри, а в обратна посока (надолу) -	<b>Ребра (клонове)</b> - свързват отделните върхове (паралелно или последователно) и имат логика на предаване свързана с <b>посока</b> : <b>Права посока</b> - показва как даден	свързване на елементите: <b>серијно</b> (последователно) или <b>паралелно</b> свързване на схемни елементи

<sup>8</sup> Възможно е при определени схеми и използването на еквивалентни преобразувания, както на пасивни участъци така и на активни. Логиката може да бъде използвана и за анализ на ЕВ с повече от един източник, посредством принципа на наслагването, но приложението е свързано със значително усложняване.

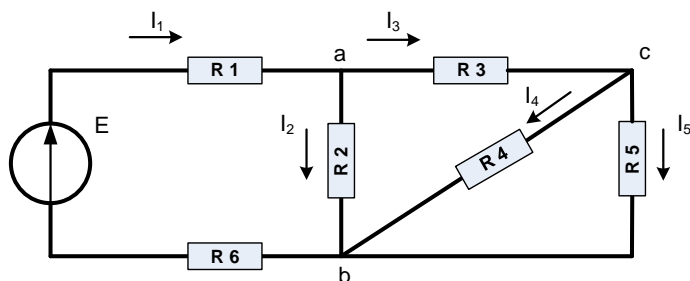
величините ток и напрежение, чрез правилата на еквивалентните преобразувания.	зависим <b>елемент</b> зависи от останалите. Характеризират се с логическа връзка, описана с логически елемент. <b>Обратна посока</b> - показва как дадена <b>величина</b> зависи от останалите. Характеризират се с коефициент на предаване.	
<b>Шестоъгълник</b>	<b>Логически елемент</b> , отразяващ последователно или паралелно свързване: ИЛИ (събиране) - за <b>параметри</b> ; И (умножаване) - за <b>величини</b>	-

**Схемният елемент** разглеждан като двуполусник има параметър и по отношение на него и влиянието на източника се определят съответните величини. Схемните елементи се номерират от 1 до  $M_i$  (при последователно (сериенно) свързване) или от 1 до  $M_p$  (при паралелно свързване), където  $i$  е номер на нивото.

**Нива** на дървовидната структура – характеризират последователността на преобразованията в схемата (нивата са например от 0 до N).

Върховете и описанието на клонове в дървовидната структура в зависимост от правата или обратна посока имат смисъл на параметри на елементи или на величини в схемата, като структурата не се променя.

Структурата на примерна ЕВ е показана на фиг. 2, а еквивалентна дървовидна структура на същата ЕВ е показана на фиг. 3.



Фиг. 2. Структура на примерна електрическа верига.

За нагледност - чрез съответстващи на фиг. 3 подсхеми, разграничаваме определянето: на **параметри** (права посока - нагоре) – фиг. 4 и на **величини** (обратна посока - надолу) – фиг. 5.

#### **Правила, елементи и последователност на преобразуването**

При анализ **в права посока** са известни параметрите на елементите, начина на свързване и въздействието на източника. Чрез последователни еквивалентни преобразувания на елементите (при неизвестни величини) ние постепенно елиминираме върховете и получаваме краен еквивалентен елемент (еквивалентен вътрешен връх) - със съответен еквивалентен параметър.

При анализ **в обратна посока** са известни параметрите на елементите, начина на свързване, въздействието на източника, както и получените стойности на параметрите на всички еквивалентни елементи, получени при анализа в права посока.

При известно входно въздействие и последователност от еквивалентни и схемни елементи, по обратен път намираме всички търсени величини на схемните елементи. Коэффициентите на предаване (връзките) са определените и схемните параметри.

## 2. АНАЛИЗ ПО ДЪРВОВИДНА СТРУКТУРА

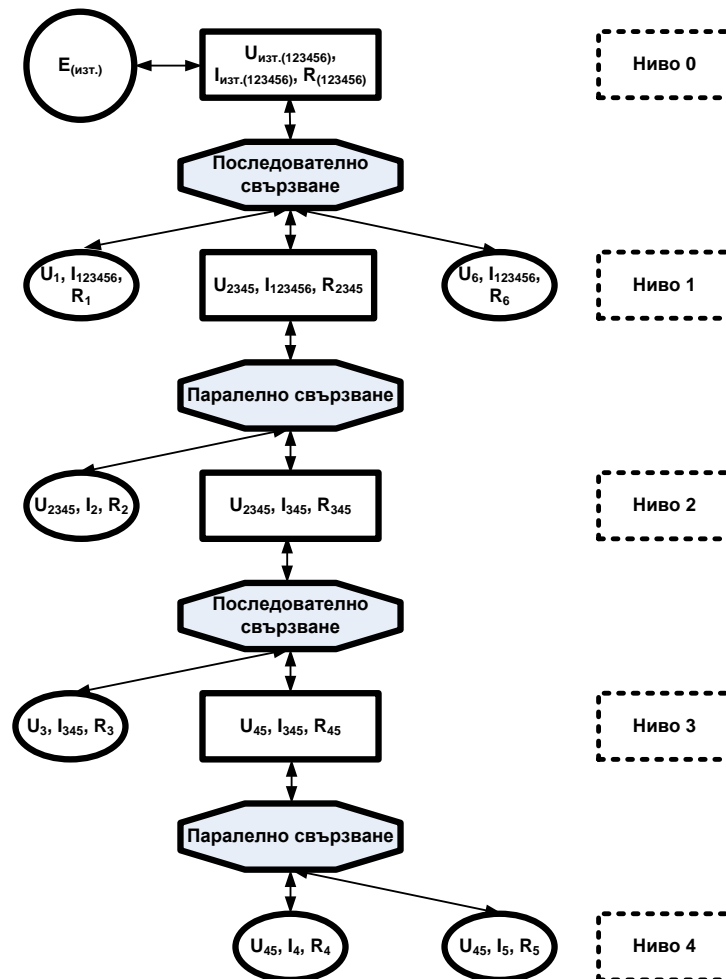
### 2.1. Анализ по дървовидна структура за определяне на еквивалентно съпротивление

Анализът за определяне на еквивалентното съпротивление/проводимост се извършва в посока нагоре (фиг. 4).

Използваме известното съотношение между параметрите съпротивление и проводимост на един резистивен елемент:

$$(1) G = \frac{1}{R},$$

където R е съпротивлението, а G е проводимостта на съответния резистор.



Фиг. 3. Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига.

**Правилата на еквивалентното преобразуване са изведени в [1, 2, 3] и най-общо са:**

➤ При паралелно съединение на елементи се събират проводимостите им (и се получава еквивалентната им проводимост), тъй като напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи.

➤ При последователно съединение на елементи се събират съпротивленията им (и се получава еквивалентното им съпротивление), тъй като токовете през двуполусниците са едни и същи.

Въведените 5 нива на дървовидната структура (на нулево ниво е източника) характеризират последователността на преобразованията в схемата.

**На ниво 4 (елементите са свързани паралелно) - за преход до ниво 3 (където участва намерения еквивалентен параметър):**

$$(2) G_{45} = G_4 + G_5$$

или

$$(3) R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$$

**На ниво 3 (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 2 (където участва намерения еквивалентен параметър):**

$$(4) R_{345} = R_3 + R_{45}$$

**На ниво 2 (елементите са свързани паралелно) - за преход до ниво 1 (където участва намерения еквивалентен параметър):**

$$(5) G_{2345} = G_2 + G_{345}$$

или

$$(6) R_{2345} = \frac{R_2 R_{345}}{R_2 + R_{345}}$$

**На ниво 1 (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 0:**

$$(7) R_e = R_1 + R_{2345} + R_6$$

## 2.2. Анализ по дървовидна структура за определяне на величините ток и напрежение

При анализ по дървовидна структура за определяне на величините ток и напрежение използваме закона на Ом и въведената дървовидна структура.

При паралелно съединение - напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи, а при последователно съединение - токовете през двуполусниците са едни и същи.

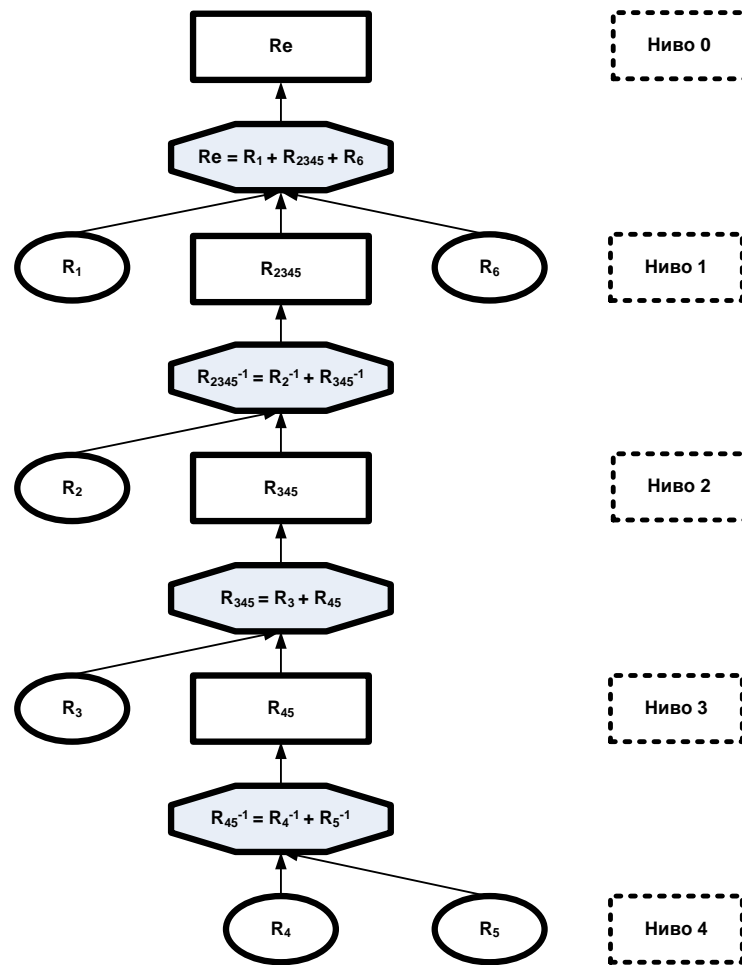
**На ниво 0 (имаме източник на напрежение и еквивалентен резистивен елемент) се определя токът на база на закона на Ом.**

$$(8) I_{123456} = \frac{E}{R_e}$$

**На ниво 1** на дървовидната структура токът (през последователно свързаните елементи) е един и същ, а напреженията са различни, извършва се тяхното определяне. Използваме правилото за еквивалентни преобразувания на пасивни участъци (преобразуването не трябва да води до преразпределение на токовете и напреженията в непроменената част от ЕВ). От горното и от закона на Ом следва, че за

$$(9) U_{2345} = R_{2345} \cdot I_{123456},$$

по аналогичен начин определяме напрежението на изводите на първия и шестия схемен елемент.



Фиг. 4. Еквивалентна дървовидна структура за определяне на еквивалентното съпротивление (права посока - нагоре).

Премаваме на по-долно **ниво 2** на дървото за да определим съответните токове при едно и също напрежение:

$$(10) I_2 = \frac{U_{2345}}{R_2}$$

и

$$(11) I_{345} = \frac{U_{2345}}{R_{345}}$$

**На ниво 3:** елементите са свързани последователно и използвайки, че токът е един и същ, намираме

$$(12) U_{45} = R_{45} \cdot I_{345}.$$

По аналогичен начин се определя напрежението на третия елемент.

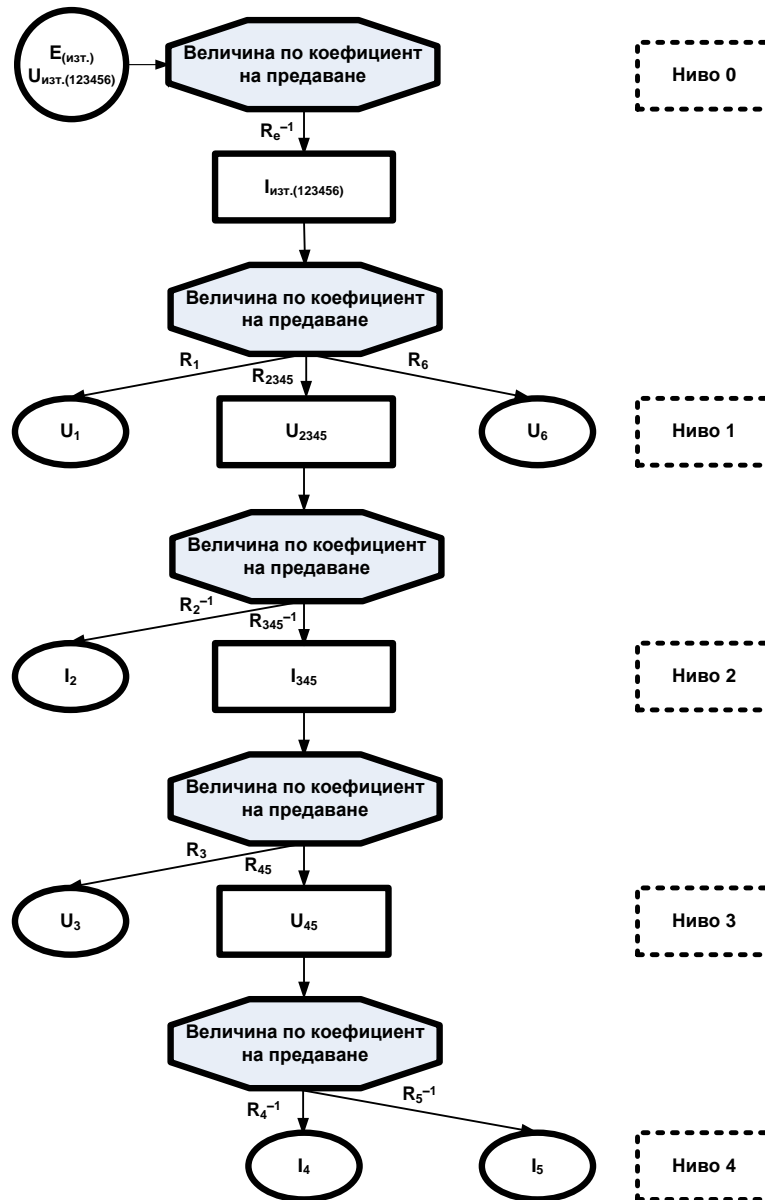
**На ниво 4** за определянето на  $I_4$  и  $I_5$  използваме, че напрежението е едно и също:

$$(13) I_4 = \frac{U_{45}}{R_4}$$

и

$$(14) I_5 = \frac{U_{45}}{R_5}$$

Дадените правила на дървовидните структури свързани с анализ на ЕВ показват основното им предназначение да трансформират топологичните структури до дървовидни структури отразяващи алгебричната (алгоритмичната) последователност.



Фиг. 5. Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига за определяне на величините (обратна посока - надолу).

### 3. АЛГОРИТМИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ЧРЕЗ ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

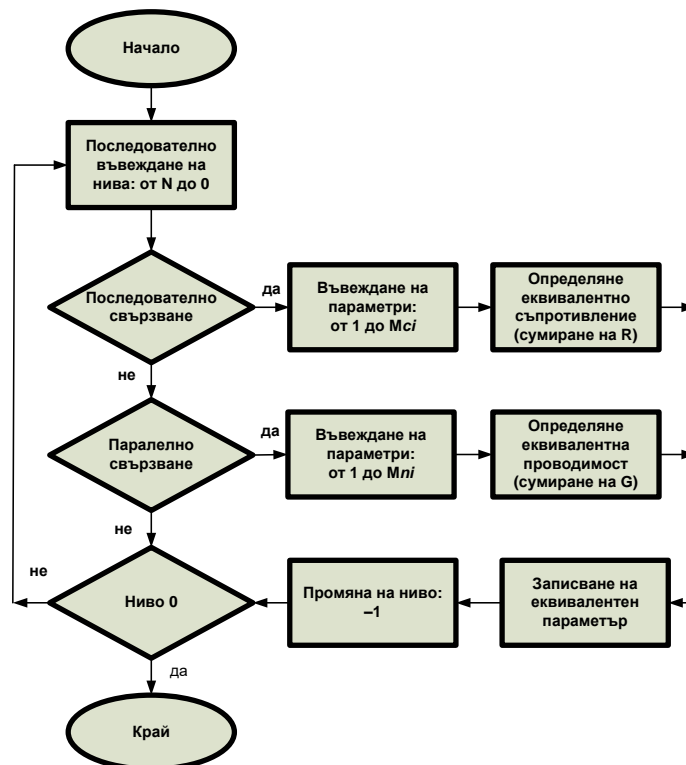
Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на преобразуванията дава еднозначна връзка между елементи и еквивалентни елементи и съответните им електрически величини (ток и напрежение). Дървовидните структури имат голяма роля в разработването на алгоритми и за тях са разработени много съответстващи структури и методи.



Описани са алгоритми (с използване на дървовидна структура) проследяващи логиката за определяне на еквивалентно съпротивление (фиг. 6), както и на търсените величини (фиг. 7). При свързване на схемни елементи, различно от последователно или паралелно, в алгоритмите е предвиден изход, означаващ, че задачата не може да се реши по описания начин. За всеки вид свързване на схемни елементи са предвидени съответни формули, показани в т. 2.

### 3.1. Алгоритъм за определяне на еквивалентно съпротивление ( $R_e$ )

На фиг.6 е представен алгоритъм за определяне на  $R_e$ .



Фиг. 6. Алгоритъм за определяне на  $R_e$ .

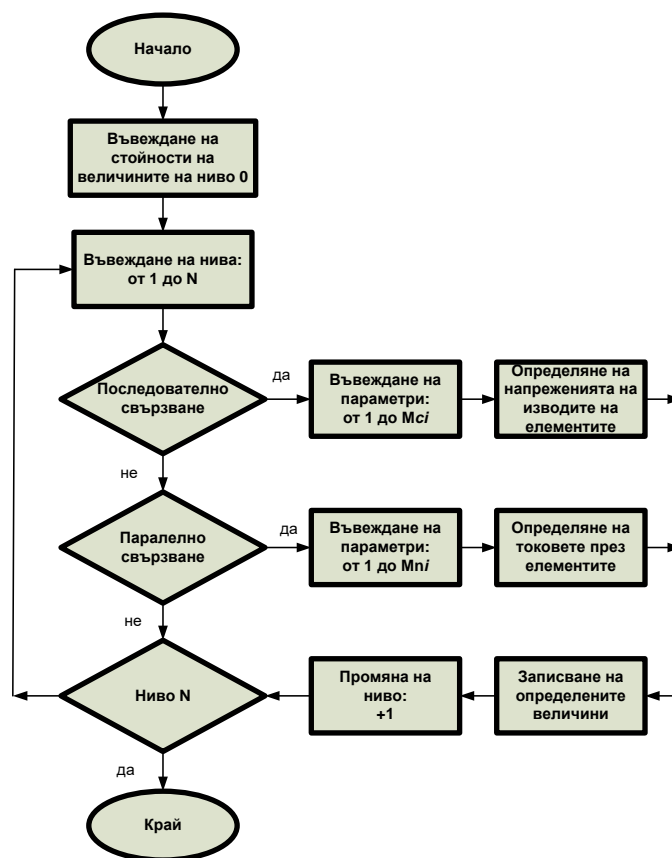
### 3.2. Алгоритъм за намиране на величините.

На фиг.7 е показан алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразувания.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена е методика за анализ на линейна ЕВ с един източник, базирана на използването на дървовидна структура. Дадено е сравнение на тази методика и други съществуващи методи. Предимствата на предложения подход са: нагледност, ясни връзки, една дървовидна схема. Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразувания дава еднозначна връзка между параметри на елементи и параметри на еквивалентни елементи и съответстващите им електрически величини ток и напрежение при зададено влияние на източника.

Показан е пример за анализ на ЕВ при постоянен ток режим, съгласно предложен алгоритъм, за прилагане на дървовидните структури в обучението на студенти по теоретична електротехника, включващ еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.



Фиг. 7. Алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразувания.

#### ЛИТЕРАТУРНИ ИЗТОЧНИЦИ:

- [1] Чернева Г., Теоретична електротехника ч.1, ВТУ „Т. Каблешков”, София, 2011.
- [2] Асенова И., Д. Данаилов, Г. Чернева, Методично ръководство за решаване на задачи и подготовка на курсови работи по Теоретична електротехника ч.1, ВТУ „Т. Каблешков”, София, 2013.
- [3] Фархи С., С. Папазов, Теоретична електротехника ч.1, Държавно издателство „Техника”, София, 1987.
- [4] Ramesh M. Patelia, Shilpan D. Vyas, Parina S. Vyas, Nayan Patel, Basic Tree Terminologies, their Representation and Applications / (IJCSIT) International Journal of Computer Science and Information Technologies, Vol. 6 (1), 2015, pp.384-387, ISSN:0975-9646.
- [5] Christine Jakobs (B), Peter Tröger and Matthias Werner, Configurable Fault Trees, Software Engineering for Resilient Systems, 8th International Workshop, SERENE 2016, Gothenburg, Sweden, September 5-6, 2016, Proceedings, pp.13-27, ISBN 978-3-319-45891-5.

#### За контакти:

Ас. д-р инж. Цветелина Богданова Симеонова, Катедра СОТС, ВТУ "Т. Каблешков", ул. "Гео Милев 158", Тел.: 02 9709240, e-mail: ts.b.simeonova@abv.bg

Дата на постъпване на ръкописа Date of receipt of the manuscript: 15.12.2017

Дата на получена рецензия Date of review received: 28.12.2017

Дата на приемане за публикуване Date of adoption for publication: 28.12.2017

## APPLICATION OF WOOD STRUCTURES FOR THE ANALYSIS OF LINEAR ELECTRICAL CHAINS AT STANDING INPUT IMPACTS

Tsvetelina Simeonova

**Abstract:** A methodology for analyzing a linear electrical circuit with a single source based on a tree structure is proposed. The analysis of the circuit diagram through a tree description of equivalent transformations gives a unique connection between element and parameter parameters of equivalent elements and the corresponding electrical quantities of current and voltage at the given influence of the source. An example of a DC circuit loop analysis, according to a proposed algorithm, is given for the application of tree structures in the training of students in theoretical electrical engineering, including an equivalent tree scheme and sample calculations thereon..

**Keywords:** circuits, circuit analysis, tree structures, equivalent transformations, circuit modes of operation.