

## ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКАТА ВЕРИГА ПРИ СИНУСОИДАЛЕН И ПЕРИОДИЧЕН НЕСИНУСОИДАЛЕН РЕЖИМ НА РАБОТА

Цветелина Симеонова, Алекс Велков

## APPLICATION OF WOOD STRUCTURES FOR THE ANALYSIS OF THE ELECTRICAL CHAIN IN A SINUSOIDAL AND PERIODICAL NON-SINUSOIDAL MODE OF WORK

Tsvetelina Simeonova, Alex Velkov

**Резюме:** Цел на изследването е разработване на методика използваща дървовидни структури при анализ на линейна електрическа верига с един източник, при синусоидален и периодичен несинусоидален режим.

Използвана е еднозначната връзка между параметри на елементи и параметри на еквивалентни елементи и съответстващите им електрически величини ток и напрежение при зададено влияние на източника чрез анализ на електрическата схема при дървовидно описание на еквивалентните преобразования.

Получени са следните резултати:

- Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига за определяне на еквивалентното комплексно съпротивление (в права посока), както и за определяне на комплексните величини (в обратна посока).
- Алгоритъм за определяне на еквивалентното комплексно съпротивление, както и алгоритъм за определяне на комплексните величини, базиран на еквивалентни преобразования.

В работата са получени следните приноси:

- Предложена е методика за анализ на линейна електрическа верига с един източник при синусоидален и периодичен несинусоидален режим, базирана на дървовидна структура.
- Предложено е в обучението на студенти по теоретична електротехника да се използва анализ на електрическа верига при синусоидален и периодичен несинусоидален режим, съгласно предложен алгоритъм, за прилагане на дървовидни структури, включващ еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.

**Ключови думи:** анализ на електрическа верига, дървовидни структури, еквивалентни преобразования, синусоидален режим, периодичен несинусоидален режим.

**Abstract:** The purpose of the study is to develop a methodology using tree structures in single-source linear circuit analysis in sinusoidal and periodic non-sinusoidal mode.

The relationship between parameters of elements and parameters of equivalent elements and their corresponding electrical magnitude, current and voltage, with a specified source influence by analysis of the electric circuit with a tree description of the equivalent transformations is used.

The following results were obtained:

- Equivalent tree structure of the electrical circuit for determining the equivalent complex resistance (in the rights direction) as well as for determining the complex magnitudes (in the opposite direction).
- An algorithm for determining the equivalent complex resistance, as well as an algorithm for determining complex values based on equivalent transformations.

The work has received the following contributions:

- A methodology is proposed for the analysis of a linear electric circuit with a single source in a sinusoidal and periodic non-sinusoidal regime based on a tree structure.
- It is suggested that the training of students in the area of theoretical electrical engineering include the analysis of the electric circuit in sinusoidal and periodic non-sinusoidal mode, according to the proposed algorithm for application of tree structures including an equivalent tree scheme and demo calculations on it.

**Keywords:** chain analysis, tree structures, equivalent transformations, sinusoidal mode, periodic non-sinusoidal mode.

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Адекватното усвояване на основните закони в електротехниката (закон на Ом - за пасивен и активен участък и законите на Кирхоф: първи - за възел и втори - за контур) е основа за правилното и безпогрешно прилагане от студентите на съответните еквивалентни преобразувания (условие за еквивалентност на преобразуването е, че токовете и напреженията в непреобразуваната част на веригата трябва да останат непроменени) при различните видове схеми на свързване [1, 2, 3].

Основните закони, формулирани при електрически вериги (ЕВ) за постоянен ток, са валидни и при променливотокови ЕВ, но се отнасят за моментните стойности (комплексните образи) на величините. Комплексното изобразяване на синусоидалните величини е удобно при анализ на установените синусоидални режими, като на негова база е разработен **символичен метод** (замяна на действителните функции на времето с техните комплексни образи). Символичният метод изисква преобразуване на величините и съпротивленията до техните комплексни образи. **Хармоничният анализ** е метод базиран на принципа на наслагването, като се изследва поотделно влиянието на всеки хармоник от реда на Фурие върху ЕВ и е разработен за анализ на периодични несинусоидални режими.

**Предложен е подход** (методика) за онагледяване на еквивалентните преобразувания при анализ на ЕВ (при един източник), базиран на дървовидна структура (структура е система от връзки, правила, отношения и пр., която въвежда порядък в дадено множество от елементи; съществуват два основни типа структури - топологични и метрични) и отчитащ логическата последователност (в права и обратна посока) - при синусоидален и периодичен несинусоидален режим.

Показано е примерно приложение и е проследена логическата последователност с използване на дървовидни структури с цел решаване на аналитични задачи за намиране на частни решения (отнасящи се до конкретна електрическа схема) при линейни ЕВ (електрическа верига е съвкупност от устройства за съсредоточено преобразуване, разпределение и пренасяне на електромагнитна енергия или информация чрез посредничеството на електрически ток, при което основните величини на ЕВ са интегралните характеристики на електромагнитното поле - ток и напрежение) при синусоидален режим с един източник.

Тъй като периодичния несинусоидален режим може да се разгледа като съвкупност от нулев хармоник (постоянна съставка) и синусоидални хармоници, в този случай само е проследена логиката на база на дадения пример, при направени допускания.

Направена е съпоставка на предложената методика от една страна, а от друга - с методики за онагледяване на еквивалентните преобразувания чрез въвеждане на подсхеми в права и обратна посока, и сигнален граф за обратна посока с коефициенти на предаване еквивалентни параметри.

### Дървовидни структури

Дървовидните структури моделират йерархични структури и са подмножество на графите (свързан граф без цикли), които са обобщена и доста разпространена структура, позволяваща моделирането и анализа на обширна съвкупност от реални случаи в практиката и използвана за описването на разнообразни взаимовръзки между различни обекти. Теорията на графите е добре развита, използвана е за голям брой задачи от практиката, за които е дадено съответно решение [4, 5]. За дървовидните структури са валидни част от по-важните понятия и дефиниции отнасящи се до графите.

За логическата последователност в права посока ще използваме дървовидни структури за определяне на еквивалентните параметри на ЕВ. За логическата последователност в обратна посока ще използваме дървовидни структури, базирани на сигнален граф. Сигнален граф е графично изображение на причинно-следствените връзки между зависимите и независимите сигнали (в литературата са описани еквивалентни преобразувания на сигналните графи [1]).

При използването на дървовидни структури се отразява топологията на схемата, отчита се свързването (последователно/паралелно) на пасивните елементи спрямо източника в ЕВ. Този подход се отличава с максимална простота и нагледност в сравнение с възможните общи решения, именно поради факта, че дава частни решения (това от друга страна може да се счита като недостатък).

В сравнение, **от една страна**, използването на структурни матрици (средство за трансформиране на топологични структури (изобразени чрез графи) в алгебрични изрази и системи уравнения за анализ на процесите в ЕВ [3]) базирани на схемен граф (схемни (линейни) графи - отразяват топологията на ЕВ и биват насочени и ненасочени; схемен граф отразява топологичната структура [3]) при анализ на ЕВ с един източник не е оптималното решение (от гледна точка на студентите), тъй като съществува и подход базиран на еквивалентни преобразувания и закона на Ом, който е значително по-прост за анализ. Недостатък на този подход е необходимостта от въвеждане на определен брой подсхеми за онагледяване, свързани с последователността на преобразуванията в права и обратна посока за определяне на еквивалентното съпротивление и величините ток и напрежение.

В предложения подход, **от друга страна**, всъщност логическите връзки могат да бъдат описани чрез дървовидна структура, като частен случай за всяка ЕВ, което води до оптимизиране на анализа (една дървовидна схема описва всички етапни преобразувания) и при определени допускания е приложима за анализ както в права, така и в обратна последователност.

При линейна ЕВ с един източник е удобно описването на последователността от връзки с една линейна дървовидна структура, които са връзки между параметър и величини (закон на Ом), както и връзки определени от последователността на начина на свързване. Величините на елементите се определят след еквивалентни преобразувания (на елементите).

Като пример е представен анализ на линейна ЕВ при синусоидален режим за определяне на комплексните величини ток и напрежение (на изводите на пасивните елементи, представени като двуполусници) с използване на комплексни еквивалентни съпротивления.

#### **Въвеждаме следните ограничения:**

- разглеждаме само линейни ЕВ;
- източникът е само един и е независим;
- параметрите са съсредоточени;
- режимът е синусоидален (периодичен несинусоидален) режим;
- не се разглеждат вериги при резонанс (тъй като са свързани с шунтиране на определен клон);
- не се разглеждат ЕВ с индуктивни връзки (по принцип е възможно при триполюсно съединение след освобождаване от индуктивната връзка);
- използваме правила за еквивалентно преобразуване за определяне на еквивалентни параметри и закон на Ом за намиране на търсените величини.

**Постановка на задачата:** Да се направи преобразуване на смесено съединение от пасивни елементи на ЕВ при синусоидален (също и при периодичен несинусоидален) режим с използване на дървовидна структура на преобразуванията и да се направи съответен анализ - определяне на комплексни еквивалентни параметри (съпротивления/проводимости) на преобразуваните елементи, като етап при намирането на комплексните клонови токове и напрежения на изводите на схемните елементи,

**ПРИЛОЖЕНИЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКАТА ВЕРИГА  
ПРИ СИНУСОИДАЛЕН И ПЕРИОДИЧЕН НЕСИНУСОИДАЛЕН РЕЖИМ НА РАБОТА**

Цветелина Симеонова, Алекс Велков

разгледани като двуполюсници. Величините в ЕВ са скаларни и са напрежение и ток и са цел на оразмеряването в процеса на анализ на ЕВ.

**Заб.:** Подходът може да бъде използван и за анализ на ЕВ с повече от един източник, посредством принципа на наслагването, но приложението е свързано със значително усложняване.

**Таблица на съответствие на електрическата схема с модела**

**Дърво** е структура, която се състои от върхове, които са свързани помежду си с ребра. Включените логически елементи описват начина на свързване и съответните зависимости за права или обратна посока.

Всеки схемен елемент участва само веднъж (дървото не поддържа повторения), извършваме еквивалентни преобразувания и намираме междинни еквивалентни елементи, а в резултат и общ еквивалентен елемент. Параметрите на схемните елементи са независими, а параметрите на междинните еквивалентни елементи са зависими от схемните елементи.

Приети форми за изобразяване	Модел – дървовидна структура	Ел. схема
<b>Окръжност</b>	<b>Врѳх (вѳзел) източник</b>	активен схемен елемент - източник
<b>Елипса</b>	<b>Врѳх (вѳзел) лист</b>	пасивен схемен елемент - резистор
<b>Правоѳгълник</b>	<b>Вѳтрешен врѳх (вѳзел) - всички врѳхове, различни от врѳх източник и врѳх лист.</b>	преобразувания на схемни елементи
<b>Стрелки</b> - стрелките са двупосочни тѳй като в права посока (нагоре) се определят еквивалентни параметри, а в обратна посока (надолу) - величините ток и напрежение, чрез правилата на еквивалентните преобразувания.	<b>Ребра (клонове)</b> - свързват отделните врѳхове (паралелно или последователно) и имат логика на предаване свързана с <b>посока</b> : <b>Права посока</b> - показва как даден зависим <b>елемент</b> зависи от останалите. Характеризират се с логическа връзка, описана с логически елемент. <b>Обратна посока</b> - показва как дадена <b>величина</b> зависи от останалите. Характеризират се с коефициент на предаване.	<b>Клон на ЕВ</b> , участѳк от веригата, в който за всеки момент токѳт има една и съща стойност. <b>Вѳзел на ЕВ</b> , точка в която се свързват три или повече клона. <b>Основни видове свързване:</b> <b>последователно</b> (серийно, когато елементите са в един клон) или <b>паралелно</b> .
<b>Шестоѳгълник</b>	<b>Логически елемент</b> , отразяващ последователно или паралелно свързване: ИЛИ (събиране) - за <b>параметри</b> ; И (умножаване) - за <b>величини</b> .	-

**Схемният елемент** разглеждан като двуполюсник има параметър и по отношение на него и влиянието на източника се определят съответните величини. Схемните елементи се номерират от 1 до  $M_i$  (при последователно (серийно) свързване) или от 1 до  $M_p$  (при паралелно свързване), където  $i$  е номер на нивото.

**Нива** на дървовидната структура – характеризират последователността на преобразованията в схемата (нивата са например от 0 до N).

**2. ПРЕОБРАЗУВАНИЯ СВЪРЗАНИ СЪС СИНУСОИДАЛЕН РЕЖИМ**

В табл. 1 са показани правото (оригинал или моментна стойност в комплексен образ) и обратно (комплексен образ в оригинал) преобразуване свързани със синусоидален режим, както и трите форми на комплексния образ: експоненциален, тригонометричен и алгебричен и алгебричните връзки между тях.

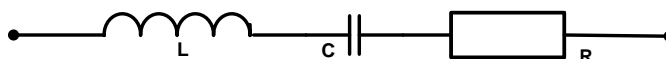
Табл. 1. Преобразувания свързани със синусоидален режим (означенията са дадени в [1, 2, 3]).

а) Преминаване от оригинал към комплексен образ	б) Преминаване от комплексен образ към оригинал
Моментна стойност на синусоидална величина: $e(t) = E_{max} \sin(\omega t \pm \varphi)$	Комплексна ефективна стойност на синусоидалната величина в алгебричен вид: $\dot{I} = Re \pm jIm$ До преход към друг вид се стига чрез: $\dot{I}e\varphi = \sqrt{Re^2 + Im^2}$ $\varphi_i = \arctg \pm \frac{Im}{Re}$
Връзка между максимална и ефективна стойности, за получаване на ефективна стойност. <b>Ефективна стойност:</b> $Ee\varphi = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}}$	Комплексна ефективна стойност на синусоидалната величина в тригонометричен вид: $\dot{I} = I. (\cos \varphi_i \pm j \sin \varphi_i)$
Комплексна ефективна стойност на синусоидалната величина в експоненциален вид: $\dot{E} = E. e^{\pm j\varphi}$	Комплексна ефективна стойност на синусоидалната величина в експоненциален вид: $\dot{I} = I. e^{\pm j\varphi_i}$
Комплексна ефективна стойност на синусоидалната величина в тригонометричен вид: $\dot{E} = E. (\cos \varphi \pm j \sin \varphi)$	Връзка между максимална и ефективна стойности, за получаване на максимална стойност. <b>Максимална стойност:</b> $I_{max} = \sqrt{2}. Ie\varphi$
Комплексна ефективна стойност на синусоидалната величина в алгебричен вид: $\dot{E} = Re \pm jIm$ или $\dot{E} = E. \cos \varphi \pm jE \sin \varphi$	Моментна стойност на синусоидална величина: $i(t) = I_{max} \sin(\omega t \pm \varphi_i)$

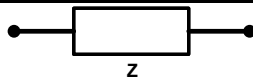
**Заб.:** В таблицата комплексния вид е на ефективната стойност на разглежданата величина, възможно е да се определи по аналогичен начин и на максималната стойност, поради тази причина в изразите тези величини не са конкретизирани.

Основните закони, принципи и теореми за ЕВ при синусоидален режим, са както при постоянни режими, при условие, че всички величини са записани в комплексен вид. Законите в комплексен вид се записват по аналогичен начин, както при постоянни режими, като записът се отнася за комплексните образи на величините (в записите и съпротивленията са комплексни). Комплексната форма на основните закони е дадена в [1, 2, 3].

При определяне на еквивалентното комплексно клоново съпротивление, елементите с техните параметри се разглеждат като двуполусници (свързани последователно) – фиг. 1.а и фиг. 1.б.



Фиг. 1.а. Клон на електрическа верига.



Фиг. 1.б. Еквивалентно комплексно съпротивление.

Комплексното съпротивление се определя на базата на определянето на неговите компоненти:

Резистивно съпротивление - реално число:

$$(1) Z = R$$

Индуктивно съпротивление:

$$(2) Z = j2\pi fL = jX_L$$

Капацитивно съпротивление:

$$(3) Z = -j \frac{1}{2\pi fC} = -jX_C$$

Комплексни съпротивления - на последователно съединение от елементи.

Алгебричен вид:

$$(4) Z = R + j(X_L - X_C)$$

или

$$(5) Z = \text{Re} \pm j\text{Im}$$

Експоненциален вид:

$$(6) Z = z \cdot e^{\pm j\varphi}$$

където,

$$(7) z = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2},$$

$$(8) \varphi_z = \arctg \pm \frac{\text{Im}}{\text{Re}}.$$

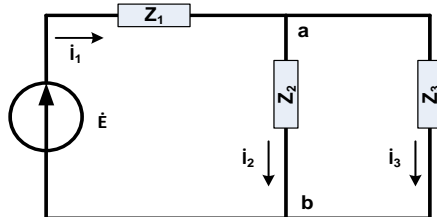
В примера ще разглеждаме само комплексни съпротивления, като параметри на схемни елементи. Схемата е преобразувана до дадената схема на фиг. 3 по описаните правила.

**Заб.:** В разглеждания пример всички комплексни схемни елементи са със същия вид от фиг. 1, т.е. наличие на резистивен, индуктивен и капацитивен елемент свързани последователно.

### 3. ЛОГИЧЕСКА ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ НА АНАЛИЗ ЧРЕЗ ДЪРВОВИДНА СТРУКТУРА НА СИНУСОИДАЛЕН РЕЖИМ НА РАБОТА НА ЕЛЕКТРИЧЕСКАТА ВЕРИГА С ЕДИН ИЗТОЧНИК.

Структурата на примерна ЕВ е показана на фиг. 2, а еквивалентна дървовидна структура на същата ЕВ е показана на фиг. 3.

Клоновете съпротивления са представени в еквивалентен комплексен алгебричен или експоненциален вид. Напрежението на източника е в същия комплексен вид като комплексните клонови съпротивления.



Фиг. 2. Схема на примерна ЕВ.

Представено е примерно приложение на дървовидна структура за анализ на ЕВ при синусоидален режим, като за целите на примера се извършват предварително

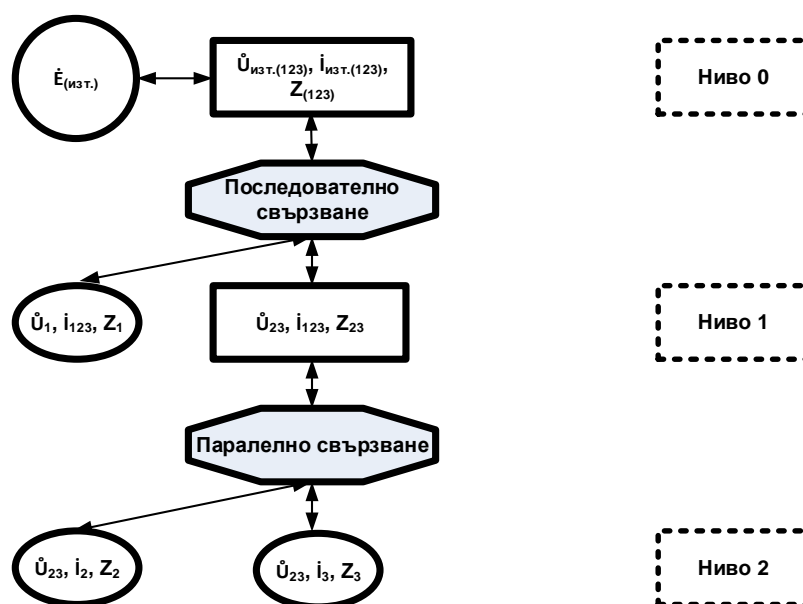
разгледаните преобразувания (до комплексна стойност на синусоидалната величина на източника и комплексни съпротивления).

Еквивалентната дървовидна структура на ЕВ отразява връзки между елементите и еквивалентните им преобразувания заедно с техните параметри, както и последователността за намиране на величините на тази ЕВ.

За нагледност, чрез съответстващи на фиг. 3 подсхеми, разграничаваме определянето:

- на **параметри** (права посока - нагоре) – чрез фиг. 4;
- на **величини** (обратна посока - надолу) – чрез фиг. 5.

За тези два случая са показани правилата, елементите и последователността на преобразуването.



Фиг. 3. Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига.

### 3.1. Права последователност, за определяне на еквивалентни елементи (параметри) с използване на дървовидна структура

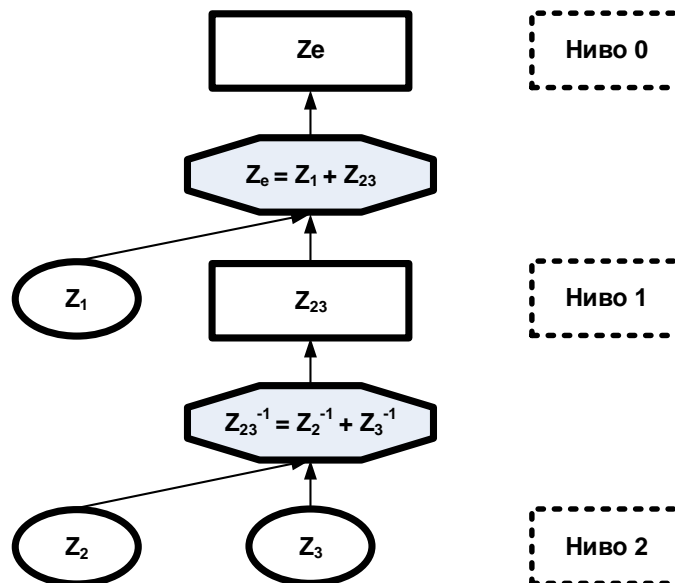
При анализ **в права посока** са известни параметрите на елементите (разглеждат се като комплексни съпротивления), начина на свързване и въздействието на източника (преобразувано в комплексен вид). Преобразуванията до комплексни стойности се извършват съгласно табл. 1 и т. 1 за изразяване на въздействието на източника и съпротивленията представени в комплексен вид.

Чрез последователни еквивалентни преобразувания на елементите (при неизвестни величини) постепенно елиминираме върхове (възли) и получаваме краен комплексен еквивалентен елемент (еквивалентен вътрешен връх) със съответен комплексен еквивалентен параметър.

Вижда се, че основно предимство на тази методика е удобното проследяване на целия процес на анализ в права посока чрез една схема и вследствие на това – минимизиране на грешките.

Еквивалентните преобразувания в права посока за намиране на еквивалентно съпротивление в схемата също така могат да се онагледят чрез последователност от

схеми, които показват етапните преобразования [1, 2, 3], чрез което може да се направи съпоставка между методите (Бележки Б1).



Фиг. 4. Еквивалентна дървовидна структура за определяне на еквивалентното комплексно съпротивление (права посока - нагоре).

### 3.2. Обратна последователност, за определяне на клоновите токове и напреженията на изводите на елементите с използване на дървовидна структура

При анализ в обратна посока са известни параметрите на елементите, начина на свързване, въздействието на източника (комплексен вид), както и получените стойности на параметрите на всички еквивалентни елементи, получени при анализа в права посока в комплексен вид.

#### Дървовидна структура.

Обратната последователност за определяне на клоновите токове и напреженията на изводите на елементите може да бъде онагледена с подсхема на основната дървовидна структура, като в обратна посока се използват еквивалентните параметри, получени при анализ в права посока – фиг. 5.

Еквивалентните преобразования в обратна посока за намиране на величините се онагледяват чрез последователност от схеми (фиг. 2, фиг. Б1-1, фиг. Б1-2) [1, 2, 3] или чрез сигнален граф [1] (фиг. Б2-1), базирани на еквивалентните параметри, чрез което може да се направи съпоставка между методите (Бележки Б2).

Получените стойности на величините от анализа при синусоидален режим са в комплексен вид, което налага извършване на обратно преминаване от комплексен образ в оригинал, съгласно табл. 1.

## 4. АНАЛИТИЧНО ОПИСАНИЕ НА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКА ВЕРИГА ПРИ СИНУСОИДАЛЕН РЕЖИМ С ИЗПОЛЗВАНЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

### 4.1. Определяне на комплексно еквивалентно съпротивление

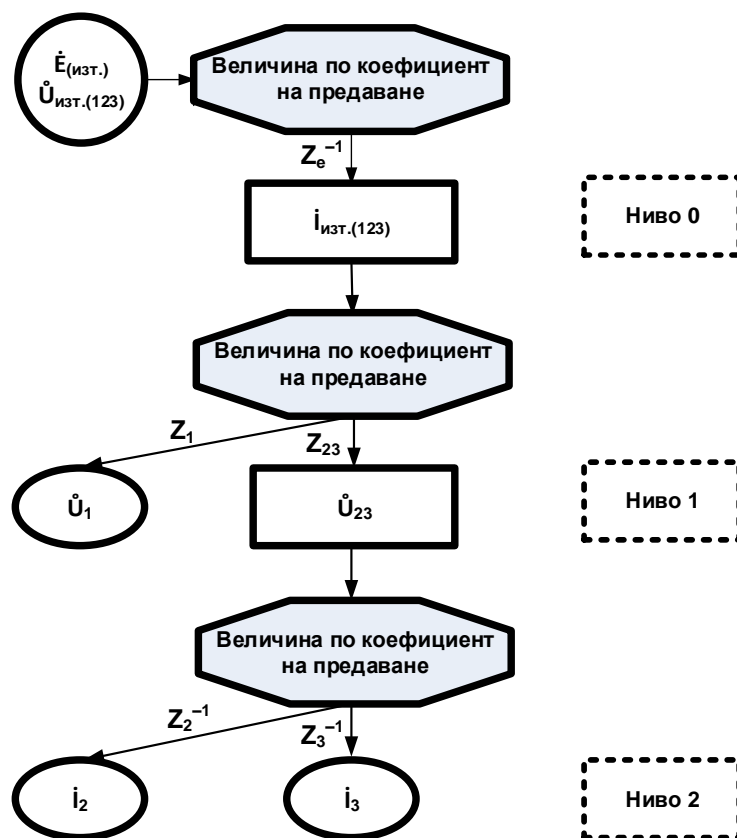
Анализът за определяне на еквивалентното комплексно съпротивление/проводимост се извършва в посока нагоре (фиг. 5).

Използваме известното съотношение между комплексните параметри съпротивление и проводимост на един схемен елемент:

$$(9) Y = \frac{1}{Z},$$



където  $Z$  е комплексно съпротивление, а  $Y$  е комплексна проводимост.



Фиг. 5. Еквивалентна дървовидна структура на електрическата верига за определяне на комплексните величини (обратна посока - надолу).

#### Правилата на еквивалентното преобразуване са:

➤ При паралелно съединение на елементи се събират комплексните проводимости (и се получава еквивалентна комплексна проводимост), тъй като напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи.

➤ При последователно съединение на елементи се събират комплексните съпротивления (и се получава еквивалентно комплексно съпротивление), тъй като токовете през двуполусниците са едни и същи.

Въведените 3 нива на дървовидната структура (източникът е на нулево ниво) характеризират последователността на преобразованията в конкретната схема.

**На ниво 2** (елементите са свързани паралелно)- за преход до ниво 1 (където участва намерения еквивалентен параметър):

$$(10) \mathbf{Y}_{23} = \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_{53}$$

или

$$(11) \mathbf{Z}_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

**На ниво 1** (елементите са свързани последователно) - за преход до ниво 0 (където участва намерения еквивалентен параметър):

$$(12) \mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{23}$$

#### 4.2. Определяне на величините ток и напрежение

При анализ по дървовидна структура за определяне на комплексните величини ток и напрежение използваме закона на Ом в комплексен вид и въведената дървовидна структура.

При паралелно съединение - напреженията на изводите на двуполусниците са едни и същи, а при последователно съединение - токовете през двуполусниците са едни и същи.

**На ниво 0 (имаме източник на напрежение и еквивалентен комплексен елемент)** прилагаме закона на Ом в комплексен вид спрямо комплексните стойности.

Премаваме от моментна стойност на електродвижещите величини на източника в комплексна величина, използвайки табл. 1:

$$(13) \dot{I}_{123} = \frac{\dot{E}}{Z_e}$$

**На ниво 1** на дървовидната структура токът (през последователно свързаните елементи) е един и същ, а напреженията са различни, извършва се тяхното определяне. Използваме правилото за еквивалентни преобразувания на пасивни участъци (преобразуването не трябва да води до преразпределение на токовете и напреженията в непроменената част от ЕВ). От горното и от закона на Ом в комплексен вид следва, че за

$$(14) \dot{U}_{23} = Z_{23} \cdot \dot{I}_{123}$$

$U_1$  се определя по аналогичен начин.

Премаваме на по-долно **ниво 2** на дървото за да определим съответните токове при едно и също напрежение:

$$(15) \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_2}$$

и

$$(16) \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_3}$$

Следва преминаване от комплексна величина в моментна стойност (от табл. 1).

За анализ на ЕВ с един източник могат да бъдат използвани освен разгледаните методи и всички методи за анализ на сложни ЕВ. Предложеният подход за анализ на ЕВ чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразования дава еднозначна връзка между параметрите на схемни и еквивалентни елементи от една страна и електрическите величини ток и напрежение от друга.

Дадените правила на дървовидните структури свързани с анализ на ЕВ показват основното им предназначение да трансформират топологичните структури до дървовидни структури отразяващи алгебричната (алгоритмичната) последователност.

#### 5. АЛГОРИТМИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ЧРЕЗ ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ

Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на преобразуванията дава еднозначна връзка между елементи и еквивалентни елементи и съответните им електрически величини (ток и напрежение). Дървовидните структури имат голяма роля в разработването на алгоритми и за тях са разработени много съответстващи структури и методи.

Описани са алгоритми (с използване на дървовидна структура) проследяващи логиката за определяне на комплексното еквивалентно съпротивление  $Z_e$  (фиг. 6), както и на търсените комплексни величини (фиг. 7).

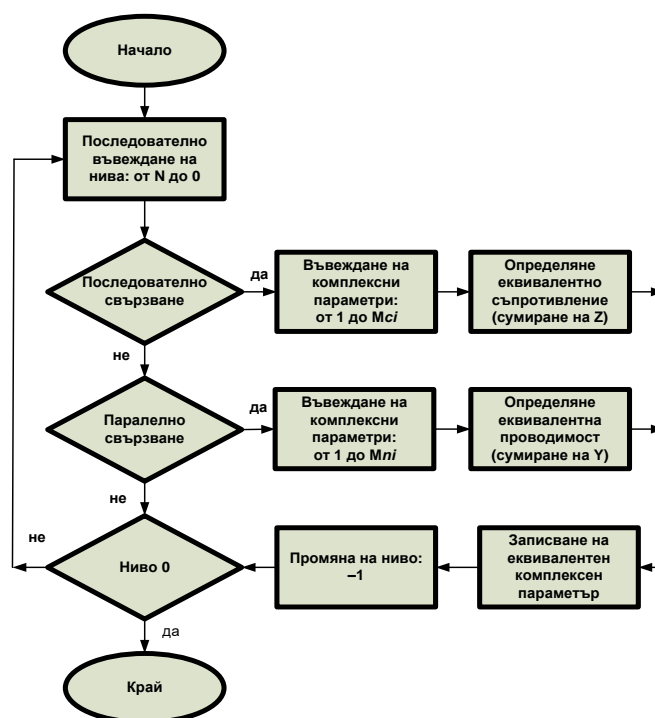
При свързване на схемни елементи, различно от последователно или паралелно, в алгоритмите е предвиден изход, означаващ, че задачата не може да се реши по описания начин. За всеки вид свързване на схемни елементи са предвидени съответни формули, показани в т. 3.

### 5.1. Алгоритъм за определяне на комплексното съпротивление $Z_e$

На фиг. 6 е представен алгоритъм за определяне на  $Z_e$ .

### 5.2. Алгоритъм за намиране на величините

На фиг. 7 е показан алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразувания.



Фиг. 6. Алгоритъм за определяне на комплексното съпротивление ( $Z_e$ ).

## 6. АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКА ВЕРИГА С ЕДИН ИЗТОЧНИК С ИЗПОЛЗВАНЕ НА ДЪРВОВИДНИ СТРУКТУРИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕН НЕСИНУСОИДАЛЕН РЕЖИМ НА РАБОТА

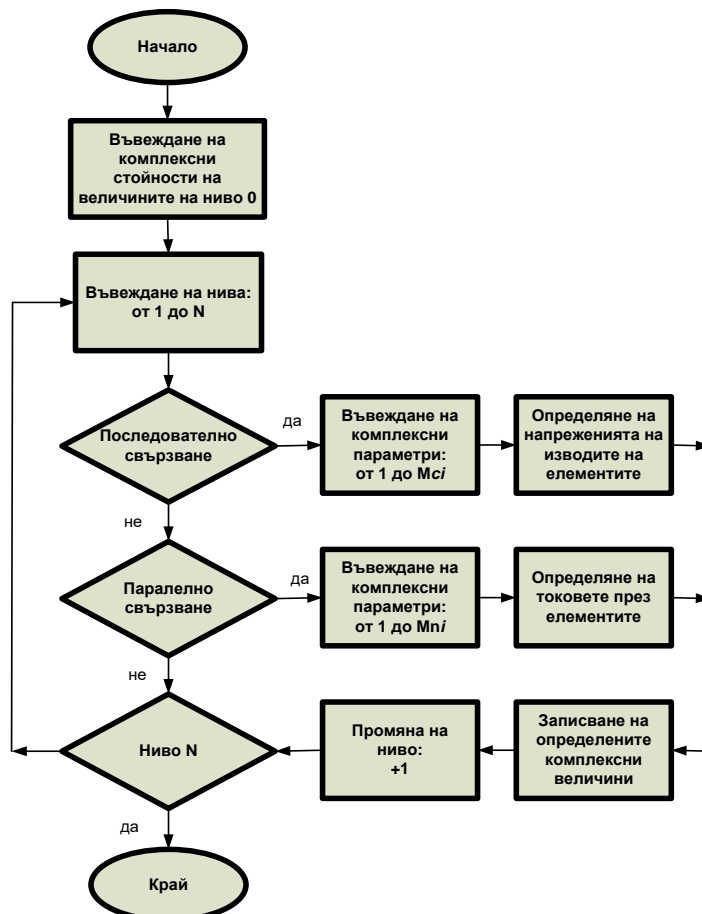
Анализът на периодични несинусоидални режими се базира на принципа на наслагването, като се изследва поотделно влиянието върху ЕВ на всеки хармоник от реда на Фурие. Удобно е използването на дървовидни структури при анализ на ЕВ с един източник, тъй като се избягва изчертаването на множество еквивалентни схеми за еквивалентните преобразувания, а целият анализ се извършва върху една структурна схема отчитаща логическите връзки, независимо от хармоника, като на база на структурата при аналитичните изрази се отчита номера хармоника.

Периодично несинусоидалното напрежение или ток представено в ред на Фурие се разделя на хармоничните му съставки (използва се метода на наслагването).

При влияние на нулевия хармоник задачата се свежда до постояннотокова, като се отчита спецификата, че индуктивният елемент е със съпротивление нула, а капацитивният е с безкрайно съпротивление и прекъсва клона. Поради тази специфика отпадат схемни

елементи по дървото при наличие на капацитивен елемент в клона (прекъсване на клона на ЕВ). Също така дървото се прекъсва, ако има последователно съединение на капацитивен елемент по дървовидната структура изградена спрямо източника. Поради тази специфика е по-удобно въвеждането на допълнителна подсхема за нулевия хармоник.

При влияние на **първи хармоник** задачата се свежда до задача от синусоидален режим.



Фиг. 7. Алгоритъм за определяне на величините, базиран на еквивалентните преобразувания.

При влияние на всеки **висш хармоник** задачата се свежда до задача от синусоидален режим, като се отчита промененото капацитивно и индуктивно съпротивление на база на номера на хармоника.

Определянето на реактивните съпротивления, съобразено с хармоника, се извършва по следния начин (за формули (17), (18) и (19) - при  $k = 1 \div n$ ):

Индуктивно съпротивление на  $k$ -ти хармоник е:

$$(17) Z_{(k)} = jk2\pi fL = jX_{L(k)}.$$

Капацитивно съпротивление на  $k$ -ти хармоник:

$$(18) Z_{(k)} = -j \frac{1}{2k\pi fC} = -jX_{C(k)}.$$

Комплексни съпротивления - на последователно съединение от елементи на  $k$ -ти хармоник.

Алгебричен вид:

$$(19) Z_{(k)} = R + j(X_{L(k)} - X_{C(k)})$$

Ако на входа се подава периодичен несинусоидален сигнал, включващ нулев и първи хармоник по основната схема фиг. 2, то анализът за **първи хармоник** съвпада с разгледания в точки 2 и 3. При влияние на **нулевия хармоник** резултантните еквивалентни параметри са с безкрайно големи съпротивления, а клоновите токове са нула поради наличието на капацитивен елемент във всички клонове. При същата постановка, **при наличие на висши хармоници**, стойностите на комплексните съпротивления са различни за различните висши хармоници, а това води до различни стойности на еквивалентните елементи и величините им при изследването на определен влияещ хармоник, като дървовидната структура по която се определят, е идентична.

Величините се получават в комплексен вид, преобразуват се до моментни стойности и ефективни стойности.

Общото решение за клоновите токове и напреженията на изводите на елементите е сума от частните решения относно хармониците на източника, а общата ефективна стойност на всеки клонов ток се определя по формула [1, 2, 3].

При периодични несинусоидални задачи прилагането на принципа на наслагването свежда задачата до няколко в зависимост от номера на хармоника (в общия случай - една постоянно-токова и една или няколко при синусоидален режим), като тук са описани само разликите при периодичен несинусоидален режим спрямо синусоидален режим.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена е методика за анализ на линейна ЕВ с един източник, базирана на използването на дървовидна структура [6, 7]. Дадено е сравнение на тази методика и други съществуващи методи. Предимствата на предложения подход са: нагледност, ясни връзки, една дървовидна схема. Анализът на електрическата схема чрез дървовидно описание на еквивалентните преобразования дава еднозначна връзка между параметри на елементи и параметри на еквивалентни елементи и съответстващите им електрически величини ток и напрежение при зададено влияние на източника.

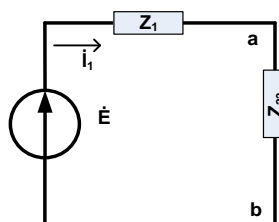
Показан е пример за анализ на ЕВ при синусоидален и периодичен несинусоидален режими, съгласно предложен алгоритъм, за прилагане на дървовидните структури в обучението на студенти по теоретична електротехника, включващ еквивалентна дървовидна схема и примерни изчисления по нея.

## БЕЛЕЖКИ

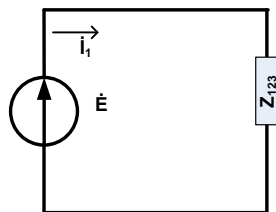
Показана е методиката на еквивалентните преобразувания чрез въвеждането на подсхеми (права и обратна последователност) и методиката на сигнален граф за определяне на търсените величини, чрез (при известни) еквивалентни параметри.

### Б1. Схемни еквивалентни преобразувания в права посока.

На фиг. 2 е показана основната схема на ЕВ, а на фиг. Б1-1 и фиг. Б1-2 са показани последователните схематични преобразувания. Същите тези схеми могат да бъдат заместени от една дървовидна структура включваща и логическата последователност на анализа (фиг. 3). Формулите и по двата подхода съвпадат и са дадени в точка 3.1. и 3.2., тъй като задачата е една и независимо от метода и начина за онагледяване, тя има едно решение.



Фиг. Б1-1. Електрическа верига, преобразувана схема ( $Z_{23}$  - еквивалентно на  $Z_3$  и  $Z_2$ ).



Фиг. Б1-2. Електрическа верига, преобразувана схема ( $Z_{123}$  - еквивалентно на  $Z_1$  и  $Z_{23}$ ).

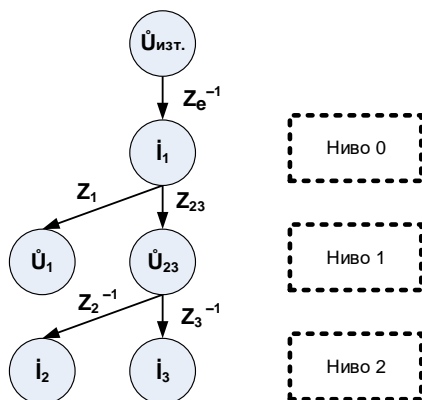
Вижда се, че по класическия метод, онагледяването води до толкова подсхеми колкото са междинните еквивалентни преобразувания на елементите.

### Б2. Схемни еквивалентни преобразувания в обратна посока.

Еквивалентните преобразувания в **обратна посока** за намиране на величините в схемата се онагледяват чрез последователност от схеми, които показват етапните преобразувания [1, 2, 3]. От фиг. Б1-1 на еквивалентната ЕВ се определя тока  $I_1$  от закон на Ом. От фиг. Б2-2 се определят напреженията  $U_1$  и  $U_{23}$  при един ток ( $I_1$ ). От фиг. 2 се определят токовете  $I_2$  и  $I_3$  при едно и също напрежение ( $U_{23}$ ).

### Сигнален граф използващ еквивалентни параметри.

**Обратната последователност** за определяне на клоновите токове и напреженията на изводите на елементите може да бъде онагледена и със сигнален граф, използващ еквивалентните параметри, получени при анализ в права посока – фиг. Б2-1. Сигнален граф има описан в [1], но не е базиран на получените параметри на еквивалентни преобразувания в права посока.



Фиг. Б2-1. Сигнален граф, схема (определят се токовете и напреженията).

При известно входно въздействие и последователност от еквивалентни елементи, по обратен път намираме всички търсени величини на схемните елементи. Коэффициентите на предаване (връзките) са схемните и еквивалентните параметри.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] ЧЕРНЕВА, Галина Петкова. *Теоретична електротехника, Ч.1*. София : Висше транспортно училище „Т. Каблешков“, 2011. ISBN 978-954-12-0195-4.; Cherneva G. *Teoretichna elektrotehnika. ch.1*, Sofia: VTU „Т. Kableshkov“, 2011.
- [2] АСЕНОВА, Ирина, Данаил ДАНАИЛОВ и Галина ЧЕРНЕВА. *Методично ръководство за решаване на задачи и подготовка на курсови работи по Теоретична електротехника, Ч. 1*. София: Висше транспортно училище „Т. Каблешков“, 2013.; Asenova I., D. Danailov, G. Cherneva. *Metodichno rakovodstvo za reshavane na zadachi i podgotovka na kursovi raboti po Teoretichna elektrotehnika. ch.1*, Sofia: VTU „Т. Kableshkov“, 2013.
- [3] ФАРХИ, Самуил Л. и Сава П. ПАПАЗОВ. *Теоретична електротехника, Ч. 1*. София: Техника, 1986. Farhi S., S. Papazov. *Teoretichna elektrotehnika. ch.1*, Sofia: Tehnika, 1987.
- [4] RAMESH M., Patelia, Shilpan D. VYAS, Parina S. VYAS and Nayan PATEL. Basic Tree Terminologies, their Representation and Applications. *International Journal of Computer Science and Information Technologies* [online]. 2015, vol. 6(1), pp. 384-387 [viewed 20 February 2018]. ISSN 0975-9646. Available from: <http://www.ijcsit.com>
- [5] JAKOBS, Christine, Peter TRÖGER and Matthias WERNER. Configurable Fault Trees. In: *Software Engineering for Resilient Systems. 8th International Workshop, SERENE 2016, Gothenburg, Sweden, September 5-*

6, 2016, *Proceedings* [online]. 2016, pp. 13-27 [viewed 20 February 2018]. SpringerLink. ISBN 978-3-319-45891-5. Available from: <https://link.springer.com/>

[6] СИМЕОНОВА, Цв. Приложение на дървовидни структури за анализ на линейни електрически вериги при постоянни входни въздействия. *Годишник Телекомуникации* [online]. 2018, том 5, стр. 81-91. eISSN 2534-854X. Available from: <https://telecommunications.nbu.bg/bg/godishnik-telekomunikacii>; Simeonova Tsvetelina. Application of tree structures for the analysis of linear electrical chains at standing input impacts. *Yearbook Telecommunication* [online]. 2018, vol. 5, pp. 81-91. eISSN 2534-854X.

[7] СИМЕОНОВА, Цв. Приложение на дървовидни структури за анализ на електростатични вериги при схеми с един източник. *Годишник Телекомуникации* [online]. 2018, том 5, стр. 135-144. eISSN 2534-854X. Available from: <https://telecommunications.nbu.bg/bg/godishnik-telekomunikacii>; Simeonova Tsvetelina. Application of tree structures for the analysis of electrostatic chains in equipment with one source. *Yearbook Telecommunication* [online]. 2018, vol. 5, pp. 135-144. eISSN 2534-854X.

**Информация за авторите:**

Ас. д-р инж. Цветелина Симеонова, Катедра СОТС, ВТУ "Т. Каблешков", ул. "Гео Милев 158", Тел.: 02 9709240, e-mail: [ts.b.simeonova@abv.bg](mailto:ts.b.simeonova@abv.bg)

Алекс Велков, студент, Катедра СОТС, ВТУ "Т. Каблешков", ул. "Гео Милев 158", Тел.: 02 9709240, e-mail: [aleks.velkov@abv.bg](mailto:aleks.velkov@abv.bg)

**Contacts:**

Assist. Prof. Tsvetelina Simeonova, PhD, Department Communication and security equipment and systems, University of Transport "T. Kableshkov", Sofia, 158 Geo Milev St., Tel.: 359 2 9709240, e-mail: [ts.b.simeonova@abv.bg](mailto:ts.b.simeonova@abv.bg)

Alex Velkov, student, Department Communication and security equipment and systems, University of Transport "T. Kableshkov", Sofia, 158 Geo Milev St., Tel.: 02 9709240, e-mail: [aleks.velkov@abv.bg](mailto:aleks.velkov@abv.bg)

Дата на постъпване на ръкописа (Date of receipt of the manuscript): 03.04.2018

Дата на приемане за публикуване (Date of adoption for publication): 11.09.2018